

SESIÓN INAUGURAL 2017

DEL CURSO ACADÉMICO CELEBRADA EL DÍA 19 DE ENERO



INSTITUTO DE ESPAÑA

ANALES
DE LA
REAL ACADEMIA DE MEDICINA
DE ZARAGOZA

SESIÓN INAUGURAL 2017

DEL CURSO ACADÉMICO CELEBRADA EL DÍA 19 DE ENERO
CON UN DISCURSO QUE VERSA SOBRE

EL CAOS Y LA MEDICINA

POR EL ACADÉMICO DE NÚMERO
ILMO. SR. D. MIGUEL ANDERIZ LÓPEZ

PRECEDIDO DE LA
MEMORIA REGLAMENTARIA
COMPENDIANDO LOS TRABAJOS DE LA CORPORACIÓN
DURANTE EL AÑO 2016
POR EL SECRETARIO GENERAL
ILMO. SR. D. MARIANO MATEO ARRIZABALAGA



Vol. CIX
ZARAGOZA
19 DE ENERO DE 2017

I.S.S.N.: 1134-1750 – Inaugural Vol. CIX

Depósito Legal: Z-72-2017

Edita y distribuye:

Real Academia de Medicina

Plaza Basilio Paraíso, 4 – 50005 Zaragoza

Composición e impresión:

Navarro & Navarro Impresores. Corona de Aragón 28, local – 50009 Zaragoza

ÍNDICE

Composición de la Academia, Relación de Académicos, Secciones	7
Memoria Reglamentaria del curso 2016 por el Ilmo. Sr. D. Mariano Mateo Arrizabalaga, Secretario General de la Corporación	21
Conferencia Inaugural, por el Académico de Número Ilmo. Sr. D. Miguel Anderiz López	35
Obras recibidas para la Biblioteca en el año 2016	117
Discurso Inaugurales desde el año 1831 al 2017	123
Ingresos desde el año 1832 al 2016. Contiene: el nombre del Académico que ingresó, del que le contestó y el título del discurso de ingreso	135

COMPOSICIÓN DE LA ACADEMIA
RELACIÓN DE ACADÉMICOS
SECCIONES

JUNTA DIRECTIVA

PRESIDENTE	Excmo. Sr. D. Luis Miguel Tobajas Asensio
VICEPRESIDENTE	Ilmo. Sr. D. Gregorio García Julián
SECRETARIO GENERAL	Ilmo. Sr. D. Mariano Mateo Arrizabalaga
VICESECRETARIO	Ilmo. Sr. D. Francisco José Gaudó Gaudó
TESORERO	Ilmo. Sr. D. Miguel Anderiz López
BIBLIOTECARIA	Ilmo. Sra. D. ^a Caridad Sánchez Acedo

RESIDENCIA

Plaza Basilio Paraíso, 4
50005 – ZARAGOZA
Teléfono y Fax: 976 23 50 20
E-mail: ramed@unizar.es
Página web: www.ramz.es

PRESIDENTE DE HONOR

Excmo. Sr. D. Fernando Solsona Motrel 2015

ACADÉMICOS DE HONOR ESPAÑOLES

Excmo. Sr. D. Enrique Moreno González 2008 Madrid

Excmo. Sr. D. Aurelio Usón Calvo 2008 Madrid

Excmo. Sr. D. Jorge Cervós Navarro 2010 Barcelona

ACADÉMICOS DE HONOR ELECTOS ESPAÑOLES

Excmo. Sr. D. Carlos López Otín 2015 Oviedo

Excmo. Sr. D. Luis A. Oro Giral 2015 Zaragoza

ACADÉMICOS DE HONOR EXTRANJEROS

Excmo. Sr. D. Julian E. Davies 2-X-2008 Canadá

Excmo. Sr. D. José María Ordovás Muñoz 6-V-2010 EE.UU.

ACADÉMICOS DE HONOR ELECTOS EXTRANJEROS

Excmo. Sr. D. Carissimo Biagini 13-XII-2007 Italia

MEDALLA DE HONOR

Excmo. Sr. D. Ricardo Malumbres Logroño 2007 Zaragoza

ACADÉMICOS DE NÚMERO

Nº	NOMBRE	FECHA	MED. N.
1	Excmo. Sr. D. Ricardo Malumbres Logroño	29-V-1969	28
2	Ilmo. Sr. D. Manuel González González	5-XII-1974	24
3	Ilmo. Sr. D. Ignacio Ferreira Montero	11-III-1976	22
4	Excmo. Sr. D. Vicente Calatayud Maldonado	9-VI-1983	12
5	Ilmo. Sr. D. José Manuel Gómez Beltrán	7-V-1987	11
6	Ilmo. Sr. D. Vicente Ferreira Montero	24-IX-1987	17
7	Ilmo. Sr. D. Carlos Val-Carreres Guinda	5-XI-1987	9
8	Ilma. Sra. D ^a . Caridad Sánchez Acedo	7-V-1992	20
9	Excmo. Sr. D. Fernando Solsona Motrel	4-II-1993	3
10	Ilmo. Sr. D. Heraclio Martínez Hernández	8-II-1996	8
11	Ilmo. Sr. D. José Manuel Martínez Lage	14-III-1996	10
12	Ilmo. Sr. D. Francisco José Gaudó Gaudó	18-IV-1996	40
13	Ilmo. Sr. D. Eduardo Coscolín Fuertes	17-X-1996	31
14	Ilmo. Sr. D. José Antonio Bascuas Asta	14-XI-1996	34
15	Ilmo. Sr. D. Ricardo Lozano Mantecón	24-IV-1997	2
16	Ilmo. Sr. D. Luis Miguel Tobajas Asensio	9-III-2000	37
17	Ilmo. Sr. D. Gregorio García Julián	30-III-2000	39
18	Ilmo. Sr. D. Héctor Vallés Varela	24-X-2002	27
19	Ilmo. Sr. D. Fco. José Carapeto y Márquez de Prado	21-X-2004	30
20	Ilmo. Sr. D. José Ángel Cristóbal Bescós	18-XI-2004	4
21	Ilmo. Sr. D. José María Civeira Murillo	12-IV-2007	25
22	Ilmo. Sr. D. Alfredo Milazzo Estefanía	26-IV-2007	6
23	Ilmo. Sr. D. Miguel Andérez López	3-V-2007	21
24	Ilmo. Sr. D. Ignacio Andrés Arribas	17-V-2007	26
25	Ilmo. Sr. D. José Ignacio Castaño Lasaosa	5-V-2011	7
26	Ilmo. Sr. D. Feliciano J. Ramos Fuentes	7-VI-2012	23
27	Ilmo. Sr. D. Mariano Mateo Arrizabalaga	15-XI-2012	1
28	Excmo. Sr. D. Eduardo Montull Lavilla	21-II-2013	36
29	Ilmo. Sr. D. Arturo Vera Gil	17-X-2013	32
30	Ilmo. Sr. D. Manuel Sarasa Barrio	2-X-2014	35
31	Ilmo. Sr. D. Javier Martínez Ubieta	30-X-2014	38
32	Ilmo. Sr. D. Juan Pié Juste	20-XI-2014	33
33	Ilmo. Sr. D. Francisco J. Castillo García	17-XI-2016	13

ACADÉMICOS ELECTOS

NOMBRE	FECHA
Dr. D. Carlos Martín Montañés	10-III-2016

ACADÉMICOS HONORARIOS

NOMBRE	FECHA
Ilmo. Sr. D. Francisco Martínez Tello	19-IX-1974
Ilmo. Sr. D. Emilio Ballesteros Moreno	12-XII-1985
Ilmo. Sr. D. Antonio Piñero Bustamante	18-XII-1987
Ilmo. Sr. D. Santiago Rodríguez García	12-XII-1991
Excma. Sra. D. ^a María Castellano Arroyo	19-XII-1996

SECCIONES

1ª CIENCIAS FUNDAMENTALES

PRESIDENTE	D. José Antonio Bascuas Asta
SECRETARIO	D. Juan Pié Juste
VOCALES	D. Gregorio García Julián
	D. Miguel Andériz López
	D. Feliciano J. Ramos Fuentes
	D. Arturo Vera Gil
	D. Manuel Sarasa Barrio

2ª MEDICINA Y ESPECIALIDADES

PRESIDENTE	D. Ricardo Malumbres Logroño
SECRETARIO	D. Miguel Andériz López
VOCALES	D. Ignacio Ferreira Montero
	D. Heraclio Martínez Hernández
	D. José Manuel Martínez Lage
	D. Fco. José Carapeto y Márquez de Prado
	D. José M ^a . Civeira Murillo
	D. Alfredo Milazzo Estefanía

3ª CIRUGÍA

PRESIDENTE	D. Manuel González González
SECRETARIO	D. Javier Martínez Ubieto
VOCALES	D. Vicente Calatayud Maldonado D. José Manuel Gómez Beltrán D. Vicente Ferreira Montero D. Carlos Val-Carreres Guinda D. Heraclio Martínez Hernández D. Eduardo Coscolín Fuertes D. Ricardo Lozano Mantecón D. Héctor Vallés Varela D. Fco. José Carapeto y Márquez de Prado D. José Ángel Cristóbal Bescós

4ª MEDICINA FÍSICA Y AFINES

PRESIDENTE	D. Fernando Solsona Motrel
SECRETARIO	D. Luis Miguel Tobajas Asensio
VOCALES	D. Francisco José Gaudó Gaudó D. José A. Bascuas Asta

5ª MEDICINA PREVENTIVA Y MICROBIOLOGÍA

PRESIDENTE	D ^a . Caridad Sánchez Acedo
SECRETARIO	D. Francisco Javier Castillo García
VOCALES	D. Luis Miguel Tobajas Asensio D. José Ignacio Castaño Lasasa

6ª FARMACOLOGÍA Y TERAPÉUTICA

PRESIDENTE	D. Francisco José Gaudó Gaudó
SECRETARIO	D. Mariano Mateo Arrizabalaga
VOCALES	D. Francisco J. Carapeto y Márquez de Prado D. Alfredo Milazzo Estefanía D. Ignacio Andrés Arribas

7ª PSIQUIATRÍA, HISTORIA DE LA M. Y MEDICINA LEGAL

PRESIDENTE	D. Carlos Val-Carreres Guinda
SECRETARIO	D. José M ^a . Civeira Murillo
VOCALES	D. Fernando Solsona Motrel D. Heraclio Martínez Hernández

8ª CIENCIAS AFINES

PRESIDENTE	D ^a . Caridad Sánchez Acedo
SECRETARIO	D. Eduardo Montull Lavilla
VOCALES	D. Francisco José Gaudó Gaudó D. Luis Miguel Tobajas Asensio D. José Antonio Bascuas Asta D. Gregorio García Julián D. Miguel Andériz López

NOTA: De conformidad con el artículo 24 del Reglamento de Régimen Interior el Secretario General formará parte de todas las Secciones y Comisiones.

ACADÉMICOS CORRESPONDIENTES ESPAÑOLES

A. POR DERECHO PROPIO TODOS LOS ACADÉMICOS NUMERARIOS DE TODAS LAS REALES ACADEMIAS DE MEDICINA ESPAÑOLAS

B. POR DERECHOS PROPIOS Y MÉRITOS PROFESIONALES

Excmo. Sr. D. Félix Pérez y Pérez	17-XII-1963
Excmo. Sr. D. Miguel Munar Ques	1-VI-1978
Excmo. Sr. D. José Luis Carreras Delgado	19-V-1988
Excmo. Sr. D. Joaquín Poch Broto	11-VI-1981

C. ACADÉMICOS POR PREMIOS Y ELECCIÓN

Nº	NOMBRE	FECHA
1.	D. Manuel Becana Crusellas	28-I-1957
2.	D. Francisco Del Río Marco	29-I-1963
3.	D. Lucas Bermudo Fernández	29-I-1963
4.	D. Alfonso Mateo Blanco	22-XII-1964
5.	D. Jesús Cebollada Muro	30-I-1965
6.	D. Fernando Arnáiz Bueno	20-I-1966
7.	D. Ramón Sansebastián Vicioso	19-I-1967
8.	D. Juan Escrivá Pla	16-I-1969
9.	D. Juan Díaz Yanguas	5-II-1970
10.	D. José L. Bermejo Zapatero	27-V-1970
11.	D. Tomás Antona Leal	27-V-1970
12.	Ilma. Sra. D.ª Carmen Rubio Calvo	19-I-1973
13.	D. Alfonso Del Río Ligorit	17-V-1973
14.	D. Antonio Moliner Tarragó	17-V-1973
15.	D. Emilio García Ibañez	20-V-1974
16.	D. Luís García Ibañez	20-V-1974
17.	D. Gabriel Guillen Martínez	12-XII-1974
18.	D. Javier Valero Martínez	26-V-1975
19.	D. Jesús Escanero Marcen	8-XII-1976
20.	D. Miguel Horno González	20-I-1977
21.	D. Armando Giner Soria	8-VI-1977

REAL ACADEMIA DE MEDICINA DE ZARAGOZA

Nº	NOMBRE	FECHA
22.	D. Ramón Zubiri de Salinas	1-XII-1977
23.	D. Francisco Hernandez Altemir	14-XII-1978
24.	D. Antonio Clavel Parrilla	1-V-1978
25.	D. Emilio Balaguer Perigüel	28-VI-1979
26.	D. José Bueno Gómez	18-XII-1980
27.	D. Francisco Javier Romero Fernandez	22-I-1981
28.	D. José Manuel Pérez García	11-VI-1981
29.	D. Antonio Val-Carreres Guinda	21-I-1982
30.	D. Félix Barrao Comps	17-VI-1982
31.	D. Mariano Martínez Díez	1-VI-1983
32.	D. Julio Knaster del Olmo	15-XI-1983
33.	D. Pedro Cía Gómez	13-XII-1984
34.	D. Luis Larrad Mur	24-I-1985
35.	D. Juan Mansilla Martínez	30-V-1985
36.	D. Fernando Gilsanz Rodríguez	30-V-1985
37.	D.ª Ana María Torres del Puerto	23-I-1986
38.	D. Miguel López-Franco Pérez	22-V-1986
39.	D. Galó Elía Casanova	25-V-1986
40.	D.ª Lourdes Zubiri Ara	22-I-1987
41.	D. José Fereres Castiel	17-XII-1987
42.	D. José Miguel Aguirre Errasti	21-I-1988
43.	D. Bernardo Ebri Torne	19-V-1988
44.	D. Jose Luis Nieto Amada	19-V-1988
45.	D.ª María Luisa Gómez-Lus Centelles	26-I-1989
46.	D. Carlos Dante Heredia García	14-XII-1989
47.	D. Javier Benito Mora	14-XII-1989
48.	D. Ciriaco Aguirre Errasti	13-VI-1991
49.	D. Francisco Javier Bosch	13-VI-1991
50.	D. Jose Angel García Rodríguez	13-VI-1991
51.	D. Alfonso González Cruz Cervellera	12-XII-1991
52.	D. Joaquín Aznar Costa	23-I-1992
53.	D. Juan José Artigas Cortés	12-XII-1992
54.	D.ª Nelida Sarrat Torrequitart	16-XII-1993
55.	D. Valero Pérez Chóliz	16-XII-1993
56.	D. Carlos Romeo Casabona	16-XII-1993
57.	D. Jesús María Garagorri Otero	16-XII-1993
58.	D. Antonio Casasnovas Lenguas	20-I-1994
59.	Exmo. Sr. D. Juan José Badiola Díez	15-XII-1994
60.	D. Antonio Brugarolas Masllorens	15-XII-1994
61.	D.ª María Jesús Abadía Anadón	15-XII-1994
62.	D.ª María Teresa Cuchí Alfaro	15-XII-1994
63.	D. José Ramón Ricoy Campo	15-XII-1994

SESIÓN INAUGURAL DEL CURSO 2017

Nº	NOMBRE	FECHA
64.	D. Rafael Velillas Milán	15-XII-1994
65.	D. Julio Lázaro Castillo	19-I-1995
66.	D. Luis Humberto Ros Mendoza	27-XI-1996
67.	D. Antonio Mateo Navarro	27-VI-1996
68.	D.ª Asunción Fernández Doctor	16-XII-1996
69.	D.ª Remedios Moralejo Alvarez	16-XII-1996
70.	D. José Luis Marqués Insa	7-III-1997
71.	D.ª Mercedes Zubiri de Salinas	18-XII-1997
72.	D. Jaime Whye Orozco	21-I-1998
73.	D. Victor Longás Vilellas	9-VII-1998
74.	D.ª. Mª del Carmen Calatayud Pinuaga	21-I-1999
75.	D. Jesús García-Foncillas López	21-I-1999
76.	D. Jorge Mallol Mirón	16-XII-1999
77.	D.ª. Cecilia Martín Bourgon	16-XII-1999
78.	D. Ramón Gracia Marco	16-XII-1999
79.	D.ª. Carmen Pelaz Antolín	16-XII-1999
80.	D.ª. Marta Calatayud Pinuaga	16-XII-1999
81.	D. Francisco López Timoneda	16-XII-1999
82.	D. Fausto García Hegardt	16-XII-1999
83.	D. Alberto Casas González	16-XII-1999
84.	D. José Mariano Velilla Picazo	16-XII-1999
85.	D. Jesús Fleta Zaragozaano	16-XII-1999
86.	D.ª. Milagros Bernal Pérez	20-I-2000
87.	D.ª. Pilar Díaz Herrera	18-I-2001
88.	Excmo. D. Alberto Larraz Vileta	20-XII-2001
89.	D. Ramón Cisterna Cáncer	20-XII-2001
90.	D. Manuel Carrasco Mallén	20-XII-2001
91.	Excmo. D. Felipe Pétriz Calvo	20-XII-2001
92.	D. Juan Manuel Ruíz Liso	20-XII-2001
93.	D. Santiago Hernández Fernández	20-XII-2001
94.	D. Martín Laclaustra Gimeno	23-I-2003
95.	D. Luis Gómez López	20-IX-2003
96.	D. Enrique Gómez Barrrena	20-IX-2003
97.	D.ª. María Teresa Estevan Bolea	20-IX-2003
98.	D. José Prieto Prieto	20-IX-2003
99.	Excmo. D. José Fernando Val Bernal	20-IX-2003
100.	D. Celso Mostacero Miguel	20-IX-2003
101.	D. Juan Antonio Abascal	20-IX-2003
102.	D. Alfonso Vicente Barra	20-IX-2003
103.	D. Javier Lanuza Jiménez	18-XII-2003
104.	D. Victor García Carcellé	18-XII-2003
105.	D.ª Cristina Seral García	18-XII-2003

REAL ACADEMIA DE MEDICINA DE ZARAGOZA

Nº	NOMBRE	FECHA
106.	D. Juan Antonio Cobo Plana	16-XII-2004
107.	D. Eduardo Del Pueyo Ara	16-XII-2004
108.	Exma. Sra. Dña. Dolores Serrat Moré	16-XII-2004
109.	D. Gabriel Delgado Bona	16-XII-2004
110.	Excmo. Sr. D. Sebastián Celaya Pérez	15-XII-2005
111.	D. José Ramón Huerta Blanco	15-XII-2005
112.	D. Ignacio Cobeta Marco	15-XII-2005
113.	Excmo. D. Alberto Ramos Cormenzana	15-XII-2005
114.	Ilmo. D. José Luis Olivares López	15-XII-2005
115.	D. José Antonio Cuchí Oterino	15-XII-2005
116.	D. José M. Miguelena Bobadilla	15-XII-2005
117.	D. Javier Azúa Romeo	19-I-2006
118.	Excmo. D. José Luis Merino Hernández	15-XII-2006
119.	D. Miguel Ángel Nalda Felipe	15-XII-2006
120.	D. Miguel Ángel de Gregorio Ariza	15-XII-2006
121.	Dña. Gloria Mª Bueno Lozano	15-XII-2006
122.	D. Lorenzo López Bescós	15-XII-2006
123.	Excmo. D. Fernando Zubiri de Salinas	15-XII-2006
124.	D. Victor Palomar García	21-VI-2007
125.	Ilmo. D. Roque Gistau Gistau	21-VI-2007
126.	Dña. Reyes Ibáñez Carreras	13-XII-2007
127.	Dña. Pilar Val-Carreres Rivera	13-XII-2007
128.	D. Juan B. Calatayud Pérez	13-XII-2007
129.	D. Fernando Camuñas González	19-VI-2008
130.	D. Joaquín Callabed Carracedo	19-VI-2008
131.	D. Santiago Guelbenzu Morte	19-VI-2008
132.	D. Antonio Lechuga Álvaro	19-VI-2008
133.	Excmo. D. Alfredo Boné Pueyo	19-VI-2008
134.	D. Javier López del Val	18-XII-2008
135.	D. Antonio Portolés Suso	24-IX-2009
136.	D. Gregorio Tiberio López	24-IX-2009
137.	D. Ramiro Álvarez Alegret	24-IX-2009
138.	D. José Aso Escario	24-IX-2009
139.	D. Pedro González Ramos	24-IX-2009
140.	Excmo. D. Juan Luis Arsuaga Ferreras	24-IX-2009
141.	D. Fernando Civeira Murillo	17-XII-2009
142.	D. J. Antonio Gascón Sánchez	17-XII-2009
143.	D. José Pac Sa	17-VI-2010
144.	Ilmo. D. Manuel A. Villa Vigil	17-VI-2010
145.	D. Antonio Carrascosa Lezcano	17-VI-2010
146.	D. Manuel Casal Román	17-VI-2010
147.	Dña. Pilar Bosqued Lacambra	16-XII-2010

SESIÓN INAUGURAL DEL CURSO 2017

Nº	NOMBRE	FECHA
148.	D. Nicolás Fayed Miguel	16-XII-2010
149.	Dña. Raquel Crespo Esteras	20-I-2011
150.	D. Luis Fernández-Vega Sanz	22-XII-2011
151.	D. Jesús Manuel Cantoral Fernández	22-XII-2011
152.	D. Jesús Argente Oliver	22-XII-2011
153.	Dña. Mª Pilar Tobajas Morlana	22-XII-2011
154.	D. Pedro Marquina Sola	22-XII-2011
155.	D. Carlos Soler Licerias	22-XII-2011
156.	D. Manuel Moros García	21-VI-2012
157.	D. José Argemí Renom	21-VI-2012
158.	Excmo. Sr. D. Manuel López Pérez	21-VI-2012
159.	Ilmo. Sr. D. Alberto Gómez Alonso	21-VI-2012
160.	D. Pablo de Unamuno Pérez	21-VI-2012
161.	D. Pablo Martínez-Lage Álvarez	21-VI-2012
162.	Ilmo. Sr. D. Miguel Pocoví Mieras	21-VI-2012
163.	D. José Luis Balibrea Cantero	20-VI-2013
164.	D. José Manuel García Aznar	20-VI-2013
165.	D. Pedro Medina Vico	16-I-2014
166.	D. Carlos Mur de Viu Bernard	19-VI-2014
167.	D. Ángel Lanás Arbeloa	19-VI-2014
168.	D. Ángel Carracedo Álvarez	19-VI-2014
169.	D. Ernesto Fabre González	19-VI-2014
170.	D. Javier Ascaso Puyuelo	18-XII-2014
171.	Ilmo. Sr. D. Carlos López Otín	18-XII-2014
172.	D. José Antonio Salido Valle	18-VI-2015
173.	Ilmo. Sr. D. Acisclo Pérez Martos	18-VI-2015
174.	D. Elias Campo Güerri	18-VI-2015
175.	Excmo. Sr. D. Jesús Rubio Izquierdo	18-VI-2015
176.	D. Hugo Liaño Martínez	18-VI-2015
177.	D. Germán Jorge Gómez Bernal	21-I-2016

ACADÉMICOS CORRESPONDIENTES EXTRANJEROS

Nº	NOMBRE	FECHA	PAÍS
1	Prof. J. Dutreix	11-VI-1981	FRANCIA
2	D. Patrice Couvalin	1-VI-1983	FRANCIA
3	D. Giuseppe Nicoletti	17-XII-1992	ITALIA
4	D. Brigitte Gicquel, Md	22-VI-1995	FRANCIA
5	D. Maurizio Luca Moretti	7-XI-1994	USA
6	D. Fabio Andrés Cabrera Polanco	9-VII-1998	REPÚBLICA DOMINICANA
7	D ^a . Anna Grandi Pietra	9-VII-1998	REPÚBLICA DOMINICANA
8	D. Ramón Alonso	9-VII-1998	REPÚBLICA DOMINICANA
9	S.E. D. Nicolás de J.S. López Rodríguez	9-VII-1998	REPÚBLICA DOMINICANA
10	D. Gianni Capelli	20-XII-2001	ITALIA
11	D. Francisco J. Adrián Cabestré	14-IX-2003	USA
12	Dña. Paloma Cuchí Alfaro	18-XII-2003	USA
13	Dña. Alejandra Rabadán	18-XII-2003	ARGENTINA

MEMORIA REGLAMENTARIA

DEL CURSO 2016

ACERCA DE LAS TAREAS EN QUE SE HA OCUPADO
LA REAL ACADEMIA DE MEDICINA DE ZARAGOZA

POR EL

ILMO. SR. D. MARIANO MATEO ARRIZABALAGA

SECRETARIO GENERAL DE LA CORPORACIÓN

Excelentísimo Sr. Presidente
Excelentísimas e Ilustrísimas Autoridades
Excelentísimos e Ilustrísimos Sra. y Sres. Académicos
Señoras y Señores

Hace casi un año, el 21 de enero de 2016, ante un público nutrido y selecto, el entonces Presidente, el Excmo. Sr. D. Manuel Bueno Sánchez, concedía la palabra al Secretario General de la Corporación, que hoy como Presidente me la da a mí, para realizar el mismo cometido: la lectura de la Memoria reglamentaria de esta Real Academia de ese año 2016. Es obvio que muchas cosas han cambiado, pues el pasado 11 de junio, nuestro querido D. Manuel fallecía, avivando con ello el dolor que ya antes, el día 10 de marzo nos había conmovido por la muerte del también querido compañero, el Ilmo. Sr. D. Fernando Seral Iñigo. Esta Academia le rindió homenaje en una Sesión Necrológica que tuvo lugar el 3 de noviembre, con la intervención de los siguientes Académicos de Número: Ilmo. Sr. D. José Ángel Cristóbal Bescós, Ilmo. Sr. D. Francisco José Carapeto y Márquez de Prado e Ilmo. Sr. D. José Manuel Gómez Beltrán. La Sesión Necrológica por el Excmo. Sr. D. Manuel Bueno Sánchez se celebrará el próximo día 2 de marzo.

También tengo el penoso deber de consignar la muerte de los Académicos Correspondientes, el Excmo. Sr. D. José M^a. Segovia de Arana y el Ilmo. Sr. D. Santiago Martínez Fornés, quien antes de dejarnos había pronunciado en esta sede una excelente y memorable conferencia sobre su maestro y amigo, el Dr. Marañón. En nombre de la Academia transmito las debidas condolencias a las familias de tan ilustres fallecidos.

No todo fue luctuoso en 2016, pues en Sesión Plenaria de 10 de marzo fueron dotadas las plazas de Académico de Número que habían sido convocadas: respectivamente la de Microbiología correspondió al Dr. D. Fco. Javier Castillo García y la de Inmunología al Dr. D. Carlos Martín Montañés, quienes fueron proclamados “ipso facto” Académicos Electos. El Dr. Castillo ocupa ya su sillón como Académico de Número desde el día 17 de noviembre pasado y el Dr. Martín lo hará el próximo día 16 de marzo. Reciban ambos nuestra más cordial enhorabuena.

El pasado 10 de noviembre, en Sesión Plenaria Extraordinaria, fue elegido Presidente el Excmo. Sr. D. Luis Miguel Tobajas Asensio, anterior Secretario

General, que el día 1º de diciembre siguiente, presentó, también en Sesión Plenaria Extraordinaria la propuesta de los componentes de la nueva Junta Directiva, los Ilmos. Sres. y Sra. siguientes: el Dr. D. Gregorio García Julián como Vicepresidente, el Dr. D. Mariano Mateo Arrizabalaga, quien les habla, como Secretario General, el Dr. D. Francisco José Gaudó Gaudó como Vicesecretario, el Dr. D. Miguel Andérez López como Tesorero y la Dra. Dña. Caridad Sánchez Acedo como Bibliotecaria. El Pleno aceptó la propuesta por unanimidad, con lo que los mencionados Académicos comenzaron las labores propias de los cargos respectivos, no sin antes agradecer a los miembros de la anterior Junta su importante trabajo, a cuya herencia deberemos hacer honor con la pretensión de llegar, al menos, a su altura.

Mención especial merecen los Académicos de Número que a todos nos honran al haber recibido distinciones. Me refiero a los Ilmos. Sres. D. José Ángel Cristóbal Bescós, nombrado Socio de Honor por la Sociedad Catalana de Oftalmología, y a D. Miguel Andérez López, que recibió el Premio a la trayectoria profesional de la Sociedad de Medicina Interna de Aragón, la Rioja, Navarra y el País Vasco, tras 32 años de Tesorero y 28 de Secretario de la misma. A ambos transmito la más calurosa enhorabuena y el sentimiento de orgullo de esta Academia.

El día 25 de mayo celebró la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza, su centenario, con una solemne Sesión, tras la que se entregó a los asistentes un excelente libro, fruto de un arduo esfuerzo colectivo, que recogía los nombres y trabajos de los numerosos científicos que, a lo largo del siglo, habían extendido por España y fuera de nuestras fronteras el fruto de su saber. Debo confesar que, al leerlo con el interés que merecía, me enorgullecí de aquéllos catedráticos cuyos nombres reconocía por haber sido amigos de mi padre, el prof. Mateo Tinao. En aquél lejano entonces no sabía cuán importante era lo que hacían por la Ciencia española y hasta qué punto fue dura su labor, dadas las condiciones de un tiempo tan complejo como transcendental para las siguientes generaciones de científicos, que continúan dándonos motivos de orgullo. De hecho, nuestra Corporación cuenta con Académicos de Número que lo son también de la Academia de Ciencias: el Excmo. Sr. D. Fernando Solsona Motrel y la Ilma. Sra. Dña. Caridad Sánchez Acedo, y este año que apenas comienza, acogeremos el día 4 de mayo, a un Académico de Número de aquélla, como Académico de Honor de la nuestra: el Excmo. Sr. D. Luis Antonio Oro Giral, Catedrático de Química de la Universidad de Zaragoza.

Además, el día 21 de enero, por haber ganado el Premio Real Academia de Medicina de Zaragoza, se nombró Académico Correspondiente al Dr. D. Germán Jorge Gómez Bernal.

Debo ahora dar fe de las actividades científicas celebradas en esta sede durante el curso de 2016, que comenzó, el día 21 de enero, con la Sesión Inaugural presidida por el Excmo. Sr. D. Manuel Bueno Sánchez, quien, tras la lectura de la Memoria reglamentaria por el entonces Secretario General, el Ilmo.

Sr. D. Luis Miguel Tobajas Asensio, concedió la palabra al Ilmo. Sr. D. Alfredo Milazzo Estefanía, Académico de Número, al que correspondió pronunciar el Discurso titulado: “Sostenibilidad del sistema sanitario español: del racionalismo planificador a la tan manida gestión clínica”, que constituyó un lúcido y profundo análisis de un tema complicado, del que será referente por la claridad y valentía de su exposición.

SESIONES CIENTÍFICAS Y DE GOBIERNO CELEBRADAS

Día 21 de enero:

Solemne Sesión Inaugural

Ya comentada.

Día 4 de febrero:

Sesión científica

Intervino:

El Dr. D. Bernardo Ebrí Torné, Académico Correspondiente, habló: **Cuarenta años de investigación propia en maduración ósea. Presentación de series infantiles estudiadas.**

Día 18 de febrero:

Sesión científica

Intervino:

El Prof. Dr. D. Rafael Bernabeu Pérez, Profesor de la Universidad “Miguel Hernández” de Alicante, Director de la Cátedra de Medicina Reproductiva, Director Médico del Grupo Instituto Bernabeu, habló: **Certezas e incógnitas de la medicina reproductiva mirando al futuro.**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. Arturo Vera Gil, Académico de Número.

Día 3 de marzo:

Sesión científica

Intervino:

El Prof. Dr. D. Vicente Ferreira González, Catedrático de Química Analítica de la Universidad de Zaragoza, Director del Laboratorio de Análisis del Aroma y Enología (LAAE) habló: **En busca de la base química del aroma, sabor y placer asociados al consumo del vino.**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. Ignacio Ferreira Montero, Académico de Número.

Día 10 de marzo:
Sesión de Gobierno Plenaria Extraordinaria

Para la votación de las Plazas de Académico de Número de Microbiología y de Inmunología.

Ya comentada.

Día 17 de marzo
Sesión Conjunta de la Real Academia de Medicina de Zaragoza y el Aula Montpellier

Intervino:

El Excmo. Sr. D. Joaquín Poch Broto, Presidente de la Real Academia Nacional de Medicina de Madrid, Catedrático de Otorrinolaringología de la Facultad de Medicina de la Universidad Complutense de Madrid, habló: **Tratamiento del cáncer de cabeza y cuello. Evolución de Paradigmas.**

Presentado por el Excmo. Sr. D. Vicente Calatayud Maldonado, Académico de Número.

Día 7 de abril:
Sesión científica

Intervino:

El Ilmo. Sr. D. Jesús de la Osada García, Académico de Número de la Academia de Farmacia “Reino de Aragón”, Catedrático de Bioquímica y Biología Molecular de la Facultad de Veterinaria de la Universidad de Zaragoza, habló: **Animales modificados genéticamente. Una herramienta para el avance del conocimiento biomédico.**

Presentado por la Ilma. Sra. D^a Caridad Sánchez Acedo, Académica de Número.

Día 21 de abril:
Sesión científica

Intervino:

El Prof. Dr. D. Juan Ignacio Pérez Calvo, Profesor Titular de Semiología y Fisiopatología de la Facultad de Medicina de la Universidad de Zaragoza, Jefe de Servicio de Medicina Interna del Hospital Clínico Universitario “Lozano Blesa”, habló: **Interacción cardiorrenal en la insuficiencia cardiaca: el retorno de la clínica.**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. Ignacio Ferreira Montero, Académico de Número.

**Día 5 de mayo:
Sesión científica**

Intervino:

El Excmo. Sr. D. Santiago Ramón y Cajal Agüeras, Catedrático de Anatomía Patológica de la Universidad Autónoma de Barcelona, Jefe del Departamento de Patología del Hospital Vall d'Hebrón de Barcelona, Académico de Número de la Real Academia Nacional de Medicina, habló: **Cómo visionamos el cáncer en el siglo XXI.**

**Día 12 de mayo:
Jornada Temática sobre la Cirugía del siglo XXI**

Organizada por la Real Academia de Medicina y la Clínica Montpellier

Intervinieron:

La Dra. Sandra Paterna López, Adjunto de la Unidad de Cirugía Hepato Bilio Pancreática de la Clínica Montpellier, habló: **Nuevos retos en la Cirugía Pancreática.**

El Dr. D. Jesús María Esarte Muniáin, Director de la Unidad de Cirugía Hepato Bilio Pancreática de la Clínica Montpellier, habló: **Síndrome Compartimental Abdominal.**

El Dr. D. Joaquín Resa Bienzobas, Director de la Unidad de Obesidad y Metabolismo de la Clínica Montpellier, habló: **Actualidad en la Cirugía de la Obesidad Mórbida y Metabólica.**

El Excmo. Sr. D. Vicente Calatayud Maldonado, Académico de Número, Catedrático de Neurocirugía, habló: **Actualidad en Neurocirugía. Nuevos retos.**

**Día 19 de mayo:
Sesión científica**

Intervino:

El Dr. D. José Ramón Valdizan Usón, Médico especialista en Neurología y Neurofisiología Clínica, habló: **Potenciales evocados cognitivos.**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. Francisco José Carapeto y Márquez de Prado, Vicepresidente y Académico de Número.

**Día 2 de junio:
Sesión científica**

Intervino:

El Dr. D. Rogelio Altisent Trota, Especialista en Medicina de Familia y Comunitaria, Profesor Asociado de la Facultad de Medicina de la Universidad de Zaragoza, Presidente del Comité de Bioética de Aragón, habló: **La ética en el corazón de la medicina.**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. Miguel Anderiz López, Académico de Número.

Día 23 de junio:
Sesión Plenaria de Gobierno.

Día 27 de septiembre:
Sesión conjunta Real Academia de Medicina de Zaragoza – Academia Española de Nutrición (AEN)

Día 6 de octubre:
Sesión científica

Intervino:

El Prof. Dr. D. Guillermo Fatás Cabeza, Catedrático Emérito de Historia Antigua de la Universidad de Zaragoza, habló: **El íncubo como vector terapéutico en la antigüedad.**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. José Antonio Bascuas Asta, Académico de Número.

Día 20 de octubre:
Sesión científica

Intervino:

D. Joaquín Estevez Lucas, Secretario General de la “Fundación Ad Qualitatem”, Presidente de la Sociedad Española de Directivos de la Salud, habló: **La profesionalización de la Gestión Sanitaria, ¿Posibilidad real o realidad virtual?**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. José Ignacio Castaño Lasasa, Académico de Número.

Día 3 de noviembre:
Solemne Sesión Necrológica en memoria del Ilmo. Sr. D. Fernando Seral Iñigo. Académico de Número

Intervinieron los Académicos de Número:

Ilmo. Sr. D. José Ángel Cristóbal Bescós
Ilmo. Sr. D. Francisco José Carapeto y Márquez de Prado.
Ilmo. Sr. D. José Manuel Gómez Beltrán

Día 10 de noviembre:

Sesión de Gobierno Plenaria para la elección de Presidente de la Real Academia de Medicina de Zaragoza

Presidente: Excmo. Sr. D. Luís Miguel Tobajas Asensio.

Día 17 de noviembre:

Solemne Sesión de Recepción del Académico Electo Ilmo. Sr. D. Francisco Javier Castillo García

Habló: **“La resistencia bacteriana, paradigma de supervivencia”**

Discurso de contestación por el Ilmo. Sr. D. Mariano Mateo Arrizabalaga, Secretario General y Académico de Número.

Día 1 de diciembre:

Sesión de Gobierno Plenaria Extraordinaria

Constitución de la nueva Junta Directiva:

Presidente: Excmo. Sr. D. Luís Miguel Tobajas Asensio

Vicepresidente: Ilmo. Sr. D. Gregorio García Julián

Secretario General: Ilmo. Sr. D. Mariano Mateo Arrizabalaga

Vicesecretario: Ilmo. Sr. D. Francisco José Gaudó Gaudó

Tesorero: Ilmo. Sr. D. Miguel Andériz López

Bibliotecaria: Ilma. Sra. D^a Caridad Sánchez Acedo

Día 1 de diciembre:

Sesión de clausura del curso académico 2016

Intervino:

El Prof. Dr. D. Juan José Cardesa García, Catedrático de Pediatría y Puericultura de la Facultad de Medicina de la Universidad de Extremadura, habló: **Valores humanos y profesionales en la historia natural de la fenilcetonuria.**

Presentado por el Ilmo. Sr. D. Feliciano J. Ramos Fuentes, Académico de Número.

Día 15 de diciembre:

Sesión de Gobierno Plenaria

RELACIONES INSTITUCIONALES

Mantenemos relaciones muy cordiales con el Instituto de España, con la Real Academia Nacional de Medicina, con el Ministerio de Educación y con todas las Reales Academias de Medicina de España.

También con todos los Organismos de nuestro ámbito territorial:

- El Gobierno de Aragón.
- El Justicia de Aragón, con su Presidente Excmo. Sr. D. Fernando García Vicente.
- El Tribunal Superior de Justicia de Aragón, con su Presidente Excmo. Sr. D. Manuel Bellido Aspas.
- El Ayuntamiento de Zaragoza.
- La Universidad de Zaragoza, con el Rector Magnífico Excmo. Sr. D. José Antonio Mayoral Murillo.
- La Facultad de Medicina, con su Decano Ilmo. Sr. D. Francisco Javier Castillo García.
- Asimismo con los Ilustres Colegios de Médicos: de Huesca, La Rioja, Navarra, Soria, Teruel y Zaragoza.
- Con las Reales Academias con sede en Zaragoza, la más antigua, la Real Academia de Nobles y Bellas Artes de San Luís de Zaragoza, con su presidente, Excmo. Sr. D. Domingo Buesa Conde.
- Con la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza, con su presidente, Excmo. Sr. D. Antonio Elipe Sánchez.
- Con la Academia de Jurisprudencia y Legislación, con su presidente, el Excmo. Sr. D. Eduardo Montull Lavilla
- Con la Academia de Farmacia “Reino de Aragón”, con su presidente el Excmo. Sr. D. Manuel López Pérez.
- Con el Ateneo de Zaragoza, presidido por el Excmo. Sr. D. Fernando Solsona Motrel.

CONCESIÓN DE PREMIOS

Premio Real Academia de Medicina de Zaragoza 2016

Fue declarado desierto al no haber trabajo alguno que reuniera las condiciones necesarias.

Premio ASISA 2016

Se concede el Premio ASISA 2016 al Médico Interno Residente procedente de la Facultad de Medicina de Zaragoza que ha obtenido la mejor puntuación en el examen de acceso para iniciar su formación especializada a D. Gonzalo Hijos Mallada.

Premio Analiza&Montpellier Laboratorio 2016

Se concede el Premio ANALIZA & MONTPELLIER LABORATORIO 2016 a la Tesis Doctoral defendida en la Facultad de Medicina de Zaragoza titulada "Estudios nutricionales en los trastornos del metabolismo lipídico". Por la Dra. D^a Rocío Mateo Gallego.

Premio CAI al Mérito Profesional 2016

Al médico que se ha distinguido por sus virtudes y labor en el ejercicio de sus funciones a lo largo de su vida profesional, ejercida dentro del ámbito territorial de la Real Academia de Medicina de Zaragoza (Huesca, La Rioja, Navarra, Soria, Teruel y Zaragoza)

Se concedió en la Sesión Plenaria de Gobierno del día 15 de diciembre, al médico del Colegio Oficial de Médicos de Zaragoza, Dr. D. Antonio de Pedro Marquina, nacido en 1921 en Zaragoza, prestigioso pediatra, que ejerció en nuestra ciudad desde 1944 a 1986. Es también un eminente pintor, conocido por la excelencia de sus retratos.

PALABRAS FINALES

Toda enumeración de datos propicia más la distracción que la comprensión del contenido, por lo que procede una reflexión sobre lo dicho. Esta Real Academia pretende estar a la altura de su larga historia, ya de 185 años, al menos en lo que se refiere a la consecución de sus objetivos, que no son otros que la búsqueda permanente del conocimiento acorde con la más estricta ética, recogiendo así la tradición griega de pensamiento crítico racionalista. Por ello la composición de la Academia refleja su preocupación por el cultivo de las humanidades, de tal modo que comprendiendo la Medicina un conjunto de ciencias a menudo reduccionistas, acoge también a las profesiones que comparten su humanismo y su humanitarismo, como son las que se ocupan asimismo de la salud: la Veterinaria y la Farmacia, a la vez que afirma su compromiso con la ley, como garantía moral. Así pues, el estrado de Académicos de Número está ocupado mayoritariamente por médicos, que somos veintiocho, mientras que tres plazas pertenecen a tres catedráticos de nuestra Facultad de Veterinaria, otra plaza a un prestigioso farmacéutico y la plaza reservada a las Ciencias Jurídicas la ocupa un jurista de renombre. Se comprende así que el programa de actos científicos que elabora la Junta Directiva, a partir de la propuesta de conferencias que cada sección especializada propone con criterios de excelencia, refleje con su diversidad nuestros múltiples intereses. Con esta lógica, tanta justificación tiene una sesión estrictamente médica o quirúrgica, como dedicada a la ética o a la Historia de la Medicina.

También es interesante reflexionar sobre datos cuantitativos: en las dieciséis sesiones mencionadas, dos de ellas conjuntas con el Aula Montpellier, han participado diecinueve conferenciantes, de los que dieciséis fueron médicos, uno químico, uno veterinario y otro, al fin, historiador. Pero, atendiendo a su procedencia, sólo cinco vinieron invitados de fuera de Zaragoza, frente a catorce residentes en la ciudad. Ello tiene la justificación en la alta calidad de la actividad científica aragonesa, como muestra el renombre de nuestros conferenciantes, pero también indica la necesidad de optar por un programa de actividades que comporte un gasto asumible.

Aún no somos menesterosos, aunque las ayudas económicas procedentes de instituciones gubernamentales han desaparecido, al socaire de una crisis económica que puso de manifiesto que el cultivo del espíritu no es prioritario frente a las necesidades materiales.

Tal vez por eso, cuando los medios de difusión se refieren al “mundo de la cultura”, nunca citan, salvo contadas excepciones, a académicos o profesores de Universidad, junto a actores y escritores, no necesariamente literatos. Si no piensa en nosotros una sociedad que NO prioriza el cultivo del espíritu, no sólo las autoridades NO pensarán en las Academias, sino que tendrá razón Isabel Guerra, conocida como “monja pintora”, al decir que vivimos tiempos

oscuros. Naturalmente ha sido criticada, más por monja que por pintora, lo que es fácil, pues no requiere entender de pintura ni distinguir entre religión y espiritualidad. Mientras tanto ella nos ilumina con su pintura. No es la única cuya sensibilidad de artista pone el dedo en la llaga. Desde el polo ideológico opuesto, un queridísimo y añorado amigo, el exquisito poeta zaragozano Manuel Estevan, hijo del matemático Dn. José Estevan Ciriquíán, describía la soledad en el mundo actual con palabras tan tristes como hermosas: “Orbes que yerran juntos con distintas miradas”; más adelante: “A nadie hago preguntas, ni mortifico a otro adentrándolo en mi duda. Es muy importante poder conducirse uno solo por entre lo salvaje”; y, por fin, las más terribles: “Aléjate si quieres. He aprendido a no necesitarnos”.

Por ello, huyendo de la oscuridad, tengo por cierto que debemos esforzarnos para difundir nuestra actividad cultural por lo que dado que las sesiones científicas son públicas y de interés general, invitamos a asistir a cuantos puedan.

Para terminar, felicito a todos el año 2017 en nombre de la Real Academia de Medicina de Zaragoza, pero no quiero dejar de expresar mi más ferviente deseo, aunque carente de expectativa: que la búsqueda del conocimiento, el respeto a la ética y el cultivo del espíritu, fundamenten un proyecto común para todos los españoles. Amén.

CONFERENCIA INAUGURAL
EL CAOS Y LA MEDICINA

POR EL
ILMO. SR. D. MIGUEL ANDERIZ LÓPEZ
ACADÉMICO DE NÚMERO

EL CAOS Y LA MEDICINA

Excmos e Ilmos representantes de la Autoridad,
Miembros de las Reales Academias y distinguido Público:

Es un innegable honor el dirigirme hoy a esta Docta Asamblea, y es hoy también uno de los dos días irrepetibles en mi vida académica, así como en la de todos y cada uno de los Miembros de la Academia: aquél en que se pronuncia el Discurso de Recepción y la fecha en que nos corresponde la Apertura del año lectivo.

Veo con cierta mezcla de admiración y envidia a los compañeros cuya experiencia de la vida y conocimientos humanísticos o artísticos les han permitido abordar airoso este tipo de actos y ofrecernos el deleite de sus enseñanzas y vivencias en esta jornada. El que ahora se dirige a Uds no posee ninguna de las mencionadas cualidades, por lo que ha decidido acogerse a un tema técnico, objeto de mi “especialidad” de Biomatemáticas.

Sírvame de justificante, entre otros, el ejemplo de D. Pedro Abellanas Cebollero⁰¹, Catedrático que fue de Geometría en la Universidad Complutense de Madrid, y de muy grato recuerdo en Zaragoza, quien en la apertura del curso 1979-80 pronunció en la Complutense una lección inaugural precisamente de su especialidad. Lo que está fuera de toda duda es que él, en sus “Reflexiones sobre la biografía de la Matemática”, expuso una pieza maestra, muy distante de la calidad de lo que hoy presentamos aquí, sin más parecido de que en ambos casos se trata de circunstancias inaugurales.

Esta pieza tiene, como es lógico, carácter de divulgativa, lo que no quiere decir, ni mucho menos, que carezca de base científica. Como muy acertadamente señala Ana Isabel Elduque Palomo¹⁸, exdecana de nuestra Facultad de Ciencias, este tipo de trabajos han de aunar un riguroso carácter científico con una total comprensión del tema por las personas a las que va destinado, papeleta difícil en esta ocasión para su autor.

No es ésta la primera vez que **el caos** es objeto de comentario en la actividad de las Reales Academias de nuestra ciudad. El 17 de febrero de 1999, pronunciaba su Discurso de Ingreso en la Real Academia de Ciencias

de Zaragoza, el Ilmo Sr. Dr. D. Javier Sesma Bienzobas⁴⁸, versando sobre “El discreto encanto del Caos”, siendo contestado por el entonces Presidente de la Academia Prof. D. Horacio Marco Moll.

INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

La idea del caos aparece ya en el segundo versículo del primer capítulo del Génesis. “La tierra era algo caótico y vacío”. No deja de ser llamativo que la creación proviene del caos, precisamente mediante una ordenación impuesta por la aparición de las leyes físicas. Víctor Hernández²⁹, profesor de cálculo de probabilidades en la Universidad Nacional de Educación a Distancia, nos habla de los matemáticos como personas que “tras muchas horas de estudio y reflexión, ... se atrevieron a dar un orden al caos primigenio”.

Desde el mundo de los griegos, ya en la antigüedad, está presente una idea que siglos más tarde irá mano a mano junto a la del caos: la aleatoriedad. Se atribuye a Platón la enseñanza de que recurrimos al azar cuando no sabemos justificar los fenómenos mediante un razonamiento determinístico. Así pues, lo aleatorio sería el recurso del que echamos mano para justificar nuestra ignorancia. El caos y el azar se sitúan de esta manera frente al orden y el determinismo. Con ello resulta evidente que la idea del caos tiene una profunda conexión con la filosofía, relación que tampoco falta en las matemáticas.

En los tiempos contiguos al Renacimiento comienza a adquirir carácter científico la idea del caos, coincidiendo con los progresos del estudio de la Astronomía. Fue la natural pregunta de si el sistema solar es estable, en cierto modo “eterno”, la que desencadenó las sospechas de que no eran así las cosas. El propio Newton (Isaac, 1643 – 1727), descubridor de las leyes de la gravitación universal, ya señaló que si bien los planetas describían órbitas elípticas alrededor del sol, el cual ocupaba uno de sus focos, *no pasaban dos veces por la misma órbita*, y eso sin tener presente la permanente traslación del sistema solar como tal.

Casi al mismo tiempo, los físicos y los matemáticos, y por consiguiente los astrónomos, contaron con las herramientas adecuadas para el estudio de los desplazamientos de planetas y satélites e incluso cometas *dentro del sistema solar*: las **ecuaciones diferenciales**. Y prácticamente de inmediato, se percataron de que los sistemas (conjuntos de cuerpos en movimiento en este caso) casi nunca eran lineales sino más bien *no lineales*. Esto dio tal complejidad a la resolución de los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales que, pese al desarrollo de esta materia, seguimos sin reglas fijas para ello y, lo que es peor, sin poder resolver no pocos tipos de estas ecuaciones ni por procedimientos algorítmicos ni numéricos.

Laplace (Pierre Simon, 1749 – 1827), físico y matemático francés, descubridor de la ecuación en derivadas parciales que lleva su nombre y de la denominada *transformada de Laplace* para facilitar la resolución de ciertos tipos de ecuaciones diferenciales, aplicó estos procedimientos para el estudio de las perturbaciones de los movimientos de los astros, perturbaciones que *parecían corregirse espontáneamente*. Costaba mucho, tras los trabajos de Newton, negar el carácter *determinístico* del sistema solar y del universo conocido.

Es no obstante a finales del siglo XIX cuando surge la figura de Poincaré (Henri, 1854 – 1912) a quien con toda propiedad podemos llamar el primer descubridor del caos. Es conocido que lo que le confirmó como experto en esta clase de estudios fue la convocatoria en Suecia, con motivo del LX aniversario en el trono del rey Oscar II, de un premio a la mejor solución del llamado *Problema de los tres cuerpos*. Hubo peripecias después de su concesión que confirmaron el componente caótico en los movimientos de los cuerpos celestes, por mucho que ello pareciera estar en contra de las leyes de la mecánica celeste.

En la primera mitad del siglo XX no aparentan dedicar los científicos demasiado tiempo a proseguir los estudios de Poincaré, dirigiendo sus preferencias a la mecánica cuántica y a la teoría de la relatividad, materias que acumularon varios premios Nobel. Esto no quiere decir que no hubiera meritorias contribuciones al tema del caos, pudiéndose citar, entre otros, los trabajos de Birkhoff (George David, 1884 – 1944) que desarrolló su teoría de los sistemas dinámicos, Smale (Stephen, 1930 -), y Lyapunov (Aleksandre Mijáilovich, 1857 – 1918) con sus aportaciones a la estabilidad⁴⁴ de los sistemas.

Ya, más avanzado el siglo XX, Prigogine (Ilya, 1917 – 2003) mereció el Nobel en 1977 por sus investigaciones sobre las denominadas *estructuras disipativas*, directamente relacionadas con el caos. Sin embargo es con un meteorólogo, Lorenz (Edward Norton, 1917 – 2008), con quien termina por imponerse la etapa actual de la atención de los físicos y matemáticos por el tema del caos. El mérito de Lorenz consistió en intentar la predicción meteorológica del tiempo a través de tres ecuaciones diferenciales, además de describir el llamado *efecto mariposa* del que luego hablaremos someramente.

Surgen en el último tercio del siglo numerosos trabajos que aplican las teorías del caos, juntamente con el estudio de los **fractales**, íntimamente relacionados con el caos, a cuestiones tan variadas como las previsiones de movimientos mercantiles relacionadas con los precios del algodón en EEUU, las múltiples estructuras fractales de la naturaleza y de los organismos vegetales, animales e incluso el propio cuerpo humano, el papel nada despreciable que juega el caos en medicina, la teoría general de los atractores, etc.

Entre otros podemos citar a Mandelbrot (Benoit, 1924 – 2010), que trabajó sobre predicciones económicas y oscilaciones de precios de mercado; May (Robert, 1936 -) quien estudiando la reproducción y crecimiento de colonias de insectos describió los famosos *puntos de bifurcación*; Feigenbaum (Mitchell, 1944 -), que continuó dichos estudios además de investigar la dinámica de los fluidos turbulentos así como las redes neuronales artificiales y describió dos números interesantes referentes a relaciones de tamaño y de distancia entre fases y tramos consecutivos en dinámica de poblaciones, aplicables también a la topología fractal.

No en balde se ha dicho que los tres grandes descubrimientos del siglo XX han sido los relativos a la mecánica cuántica, la teoría de la relatividad y el conocimiento de los fenómenos caóticos. Circunscribiéndonos al campo común del caos y la medicina, en una revisión realizada por el autor sobre las referencias conjuntas a ambos conceptos en el Med-Line a través de Pub-Med, ya a fecha 6 de julio del año actual, se encuentran 87.515 referencias, lo que prueba la “popularidad” que al presente tienen este tipo de estudios, que siguiendo la terminología de las redes sociales muy bien podemos calificar de *virales*.

UN EJEMPLO INTRODUCTORIO. EL HELECHO DE BARNESLEY

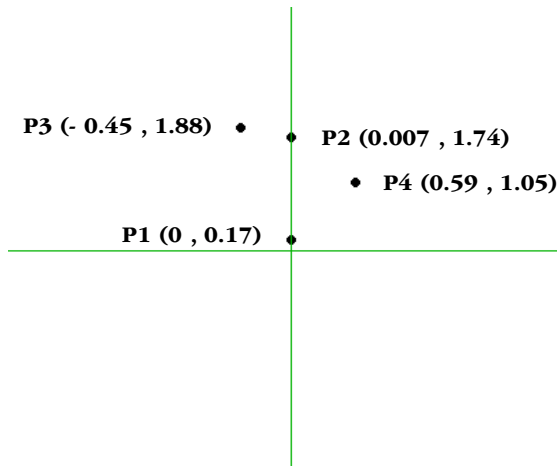
Nada mejor para introducir el tema del caos, con su inseparable compañía los **fractales**, que presentar la construcción matemática de una hoja de helecho con sus múltiples ramificaciones y subramificaciones. Esta construcción se debe al matemático británico Michael Barnesley⁰⁸ (nacido en 1946).

El fundamento del procedimiento es ir construyendo una hoja de helecho por puntos en la pantalla de dibujo de un ordenador, con objeto de obtener las figuras que a continuación presentamos. Esta construcción la hemos llevado a cabo nosotros mismos, y la puede realizar cualquiera de nuestros lectores, ya que vamos a describir el procedimiento que hemos seguido. Ambas figuras son reproducción exacta, a escala, de las que nosotros hemos obtenido. La primera de ellas representa los cuatro puntos periódicos que se obtienen sin introducir en el programa elementos aleatorios. La única diferencia es que, para obtener la segunda figura, se han aleatorizado las tomas de datos.

Para reproducirlas basta con disponer de un ordenador medianamente dotado. No hemos tenido que modificar la presentación habitual de las pantallas para gráficos. Todos los datos manejados se han grabado como puntos.

El programa para implementarlo ha sido el QB64 ¹, de instalación gratuita en todos los ordenadores posteriores al año 2010. He aquí dicho programa,

1. Sirve también para QBasic. El autor proporcionará el programa gratuito a quien se lo solicite por e-mail.



Puntos periódicos absorbentes,
sin aleatorización



Helecho fractal de Barnsley
Construcción algebraica
aleatoria (100.000 iteraciones)

Rem Barnsley0

screen 12,0 : color 2,15 : key off : cls

window (0,0)-(640,480)

t=295 : hx=80 : hy=47.5

randomize timer

do

i% = i% + 1

a = rnd

if a < .85 then x = .85*x+.04*y : y = -.04*x+.85*y+1.60 : x1=t+hx*x : y1=hy*y : pset (x1,y1)

if a >.85 and a < .92 then x = .2*x-.26*y : y = .23*x+.22*y+1.60 : x1=t+hx*x : y1=hy*y : pset (x1,y1)

if a >.92 and a < .99 then x = -.15*x+.28*y : y = .26*x+.24*y+.44 : x1=t+hx*x : y1=hy*y : pset (x1,y1)

if a >.99 then x=0 : y=.16*y : x1=t+hx*x : y1=hy*y : pset (x1,y1)

loop while i%<100000

end

que después iremos explicando de forma sucinta. Está tomado del bloc de notas nuestro y es adaptable para copiarlo.

La primera línea es la de inicio. Sirve para identificar el programa. La segunda línea establece las características de la pantalla y el dibujo y la deja limpia. En la tercera línea figura la expresión **window** que permite que el dibujo, exclusivamente de puntos, se coloque sobre un sistema habitual de coordenadas cartesianas. En la cuarta línea figuran la variable **t** que sirve para marcar la traslación a la derecha de todas las abscisas de los puntos, ya que no se inscriben valores negativos; la cantidad **hx** es el factor multiplicador que se aplica a las abscisas y **hy** a las ordenadas de todos los puntos, a fin de que la imagen aparezca centrada y ajustada al tamaño de la pantalla. Las imágenes de las figuras de arriba son reducidas, evidentemente a efectos tipográficos. Las letras **t** y **h** son las iniciales de *traslación* y de *homotecia*.

La expresión **randomize timer**, que se encuentra más abajo, sirve para crear una serie de números pseudoaleatorios, en este programa 100 000, que serán manipulados en el bucle que comienza en la línea **do** y termina en la línea **loop while i%<100000** (bucle mientras **i%** sea menor que cien mil). **I%** significa que el número **i** es entero. De las líneas de programa que hay dentro del bucle (a partir de **do**, hacer o efectuar), la primera es un contador que marcará la señal de parada cuando se haya efectuado la “vuelta” número cien mil del bucle o lazo, ya que al estar situada la expresión **while** al final, se hace efectiva después de la última vuelta.

En cuanto a las instrucciones interiores del bucle creemos que son inteligibles todas para una persona iniciada en la informática. **a = rnd** se identifica a cada vuelta con un número “aleatorio” distinto. Hay que advertir que al efectuarse el inicio de la sucesión aleatoria según las centésimas de segundo que marca el reloj interno del ordenador, *nunca sabemos por dónde va a empezar la sucesión, siendo por consiguiente “nueva” cada repetición del experimento*, como lo ha sido la imagen presentada ante el público del salón donde se ha expuesto este discurso, imagen que es irreplicable por supuesto a no ser por casualidad.

Las varias expresiones **if a** marcan los rangos de valores aleatorios de **a**, que oscilan dentro del intervalo [0 ;1], para distribuir las fórmulas algebraicas en cada caso, como luego veremos. El punto que aparece delante de algunas cifras, indica que éstas son *decimales*. Así **.85 = 0.85** Los asteriscos son los signos de multiplicación. Los dos puntos, **:**, indican separación de órdenes a cumplir ligadas a cada línea. La expresión **pset** es para dibujar y colocar el punto correspondiente dentro de la pantalla, dadas sus coordenadas calculadas.

La razón de estas cifras obedece a las siguientes fórmulas del propio Barnsley. Todas ellas efectúan transformaciones afines. Su forma general es:

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

Siendo estas transformaciones, expresadas en forma matricial, las siguientes

$$1^a \quad (1 \%) \quad f(x, y) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{Aquí } e = 0, f = 0$$

$$2^a \quad (85 \%) \quad f(x, y) = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.04 \\ -0.04 & 0.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix}$$

$$3^a \quad (7 \%) \quad f(x, y) = \begin{bmatrix} 0.20 & -0.26 \\ 0.23 & 0.22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix}$$

$$4^a \quad (7 \%) \quad f(x, y) = \begin{bmatrix} -0.15 & 0.28 \\ 0.26 & 0.24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.44 \end{bmatrix}$$

Esto se “traduce” en las siguientes y sucesivas fórmulas después de efectuar los productos de matrices y de haber sumado los vectores de la derecha:

$$f_1 \quad \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{y}_{n+1} = 0.16 \mathbf{y}_n$$

$$f_2 \quad \mathbf{x}_{n+1} = 0.85 \mathbf{x}_n + 0.04 \mathbf{y}_n$$

$$\mathbf{y}_{n+1} = -0.04 \mathbf{x}_n + 0.85 \mathbf{y}_n + 1.6$$

$$f_3 \quad \mathbf{x}_{n+1} = 0.2 \mathbf{x}_n - 0.26 \mathbf{y}_n$$

$$\mathbf{y}_{n+1} = 0.23 \mathbf{x}_n + 0.22 \mathbf{y}_n + 1.6$$

$$f_4 \quad \mathbf{x}_{n+1} = -0.15 \mathbf{x}_n + 0.28 \mathbf{y}_n$$

$$\mathbf{y}_{n+1} = 0.26 \mathbf{x}_n + 0.24 \mathbf{y}_n + 0.44$$

Que, como puede observarse, son las operaciones indicadas en el interior del bucle del programa informático que hemos presentado. Los números en negrita entre paréntesis que figuran a la izquierda de las funciones en forma matricial son el porcentaje de veces que es tomada cada una de dichas funciones hasta completar las cien mil vueltas del bucle. Hay que decir que si estas vueltas fueran un millón, la imagen sería la misma. No está de más insistir en que la imagen del helecho está formada *exclusivamente por puntos*.

¿Cómo se pasa de una “vuelta” a la siguiente? Ya habrá visto el lector que se trata de lo que en términos matemáticos conocemos como un **sistema iterado de funciones**⁰⁷. Esto quiere decir que los valores de \mathbf{x} y de \mathbf{y} que se toman al principio de cada vuelta del bucle son los que resultaron de la vuelta

anterior. O sea que los valores x_{n+1} , y_{n+1} lo son en función de los valores x_n , y_n . El primer par de valores es $x = 0$, $y = 0$.

Hay que tener en cuenta que no se han dibujado en la pantalla del ordenador estos valores que vamos obteniendo sucesivamente, mejor dicho los puntos a los que corresponden estos valores. Ya hemos señalado que hemos efectuado traslaciones y homotecias, estas últimas conocidas como cambios de escala, y que deben entrar en la confección de los valores de la “vuelta” en curso. Esta es la razón por la que los puntos de las iteraciones sucesivas figuran en el programa como x , y , mientras que la transformación para dibujar cada punto obtenido figura en el programa como $x1$, $y1$.

¿Nos pueden llevar estas iteraciones hasta puntos de coordenadas desmesurada-mente grandes? La respuesta es que no. Tanto la abscisa como la ordenada de todos los puntos, por muchas veces que repitamos el bucle, se mantienen dentro de los intervalos

$$x \in [-2.182; 2.6558] \quad y \in [0; 0.9983]$$

Otra cosa diferente son los valores de $x1$, $y1$, calculados aparte en cada caso, para ser ubicados en la pantalla del programa del ordenador.

¿Qué representa la primera de las figuras? En la figura que está colocada junto a la del helecho únicamente aparecen cuatro puntos con sus *coordenadas reales*. Si en esta publicación la hemos colocado la primera es porque así ha sido en la exposición verbal. Para explicar este resultado hemos de anticipar algunos conceptos que posteriormente volveremos a contemplar.

Teníamos la idea inicial de presentar una primera imagen con un conjunto de puntos verdaderamente caótico, para ver cómo se recomponía en la segunda imagen (la del helecho) al haber incluido en su confección elementos de aleatoriedad. Sin embargo, una reflexión posterior nos hizo comprender que el caos no aparece cuando se manejan formas lineales sino en casos de formas no lineales, es decir con exponentes de las variables superiores a 1. Al suprimir del programa antes incluido en esta publicación las líneas de selección aleatoria, y eliminar por consiguiente las condicionales **if ... then** (pero no el resto de cada línea), encontramos tan solo los cuatro puntos que allí hemos representado, uno por función.

Esto se explica sin dificultad. En efecto, las fórmulas de Barnsley pertenecen todas ellas al álgebra lineal, por lo que no puede surgir ninguna estructura caótica por su utilización para confeccionar la hoja de helecho ni para otros fines. Si, en lugar de respetar los porcentajes de selección arriba citados, utilizamos otros, e incluso ponemos la oportunidad de efectuarse las cuatro alternativas en igualdad de probabilidades, siempre aparecen figuras puntuales de hojas de helecho más o menos desdibujadas. La eficacia de las proporciones de

participación de Barnsley consiste en que nos facilitan las circunstancias más idóneas para conseguir nuestro objetivo con un número razonable de iteraciones. Este número depende de las características de las pantallas de graficación de los distintos tipos de ordenadores, pero se encuentran entre las cien mil iteraciones y un millón de las mismas.

El motivo por el que, si eliminamos toda acción aleatoria en el programa informático, aparezcan tan solo cuatro puntos es que se trata de un sistema periódico, que pasa sucesivamente de un estado a otro dentro de esos cuatro señalados. Este hecho es indiferente del número de iteraciones (con tal que este número no sea muy pequeño) así como de los valores iniciales de partida del proceso. Resulta, pues, que la influencia del factor aleatorio es necesaria para que el sistema no permanezca reducido a los cuatro puntos periódicos. Surge así la reflexión de que lo aleatorio interviene no solo en el caos sino también en el orden de ciertas estructuras. Más adelante retomaremos esta idea al hablar de las *leyes de los grandes números* y por supuesto de las leyes del caos.

¿Cuáles son estos cuatro puntos periódicos? Es muy relativo el interés de esta pregunta pero vamos a contestarla. Para ello hemos de utilizar el programa informático sin operaciones de traslación ni de escala. Resultan así estos cuatro puntos, redondeados a las cifras decimales con que se expresan, que están incluidos en el intervalo anterior del sistema:

$$\begin{aligned} x &= 0, & y &= 0.167276 \\ x &= 0.006691, & y &= 1.741917 \\ x &= -0.451566, & y &= 1.879363 \\ x &= 0.593956, & y &= 1.045476 \end{aligned}$$

NOTA.- Los puntos reproducidos en la primera figura no son exactamente éstos sino que están redondeados, ya que la resolución de la pantalla no permite aproximaciones mayores. A efectos de su visibilidad, se han sustituido por pequeños círculos.

NOTA.- Una pregunta interesante, de respuesta nada sencilla, es si en nuestro caso la aleatorización ha instaurado un orden o un desorden "agradable". Intentaremos responderla posteriormente en el momento oportuno. Parece ser, por consiguiente, el azar lo que da lugar a la estructura relativamente ordenada de la hoja de helecho. En otras palabras: si no hay intervención aleatoria no hay helecho. La aleatoriedad se muestra como condición necesaria en este ejemplo.

Consideración especial.- Es evidente que la información genética de los helechos que encontramos en la naturaleza contiene el código para generar la forma y múltiples ramificaciones de las hojas. Lo mismo podemos decir del cuerpo humano en cuanto a la predeterminación genética de vías respiratorias, aparato circulatorio, estructuras neuronales, etc. ¿De qué forma se transmite este información génica?

No hay de momento respuesta a estos interrogantes. No conocemos aún con detalle suficiente la mayor parte del genoma. ¿Será posible que pueda transmitir fórmulas matemáticas como las que nos permitieron construir el helecho de Barnsley? Si eso fuese así, ¿qué códigos de numeración utilizaría? ¿binarios, hexadecimales, secuencias determinadas, otros? Es más, si alguna de estas preguntas tuviera respuesta, ¿podría la ingeniería genética modificar malformaciones, tumores y un largo etc?

Algunas de estas cuestiones serán comentadas en la segunda parte de estas líneas, pero evidentemente no las podemos resolver por ahora. ¿Acaso se han resuelto ya todas las dudas de los fenómenos de transmisión de las secuencias de ADN? Por de pronto ya sabemos que, a nivel de la genética molecular, el factor aleatorio interviene eficazmente, al igual que en la genética de poblaciones, tema éste al que haremos referencia, junto con las **leyes de los grandes números**, cuando tratemos brevemente de **topología genómica**.

FRACTALES

Hemos comprobado la estrecha relación existente entre los fractales y el caos. Pero ¿Qué es un fractal? Es difícil dar una definición rigurosa bajo el punto de vista matemático, pero aún es más difícil darla en otros terrenos y no digamos en el de la divulgación científica. Solo caben definiciones descriptivas, que es lo que vamos a intentar.

Los chilenos Pablo Gutiérrez y Ewald Hott²⁷ sugieren literalmente lo siguiente.

Fractal:

1-Se dice de los objetos cuya creación depende de reglas de irregularidad o de fragmentación y del proceso matemático que los estudia.

2-Objeto matemático de dimensión no entera.

Esta sería la definición que del tema que vamos a tratar durante los próximos minutos nos daría un diccionario; pero nosotros, que no debemos ser demasiado matemáticos, podemos usar otra definición que se acerque más a nuestros conocimientos como:

Fractal: *Imagen harto complicada que responde a una fórmula a veces más complicada aún, en la que pueden entrar números complejos, con varias propiedades características como la dimensión fraccionaria y la autosemejanza o simetría de escala.*





Para un acertado comentario nada mejor que presentar tres tipos de estructuras fractales en un plano (naturalmente, de dos dimensiones).

Esta figura, tomada de nuestro trabajo “El cáncer y las matemáticas”⁰⁶, corresponde a uno de los fractales más sencillos y por tanto más aconsejables para la comprensión de dicho concepto. Se obtiene a partir de un triángulo equilátero (en negro en la figura), dividiendo cada uno de sus tres lados en tres segmentos de igual longitud y “montando” en lugar del segmento central un “pico” integrado por dos segmentos de igual longitud que los anteriores, en la forma que indica el trazado situado a la derecha del triángulo equilátero negro. Así se opera con todos los lados y se obtiene la estrella hexagonal “de alférez” que aparece debajo del primer triángulo negro. Repitiendo la maniobra con esta figura, sucesivamente, se van obteniendo las imágenes rellenas de negro y que hemos ido situando debajo de las anteriores.

FRACTALES

¿ Qué es un fractal ? (Mandelbrot)

EL FRACTAL DE KOCH :

a₀		a₁
a₁		a₂
a₂		a₃
a₃		a₄

Propiedades...

Estructuras fractales en el organismo:

- Ramif. de vasos
- Morfol. neuronas
- Ramif. bronquiales
- Etc.

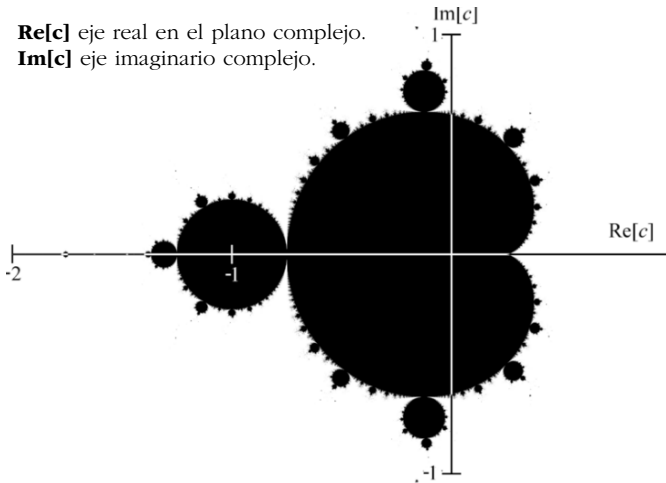
Otras:

- Hojas de árboles
- Helechos
- Cortezas de árbol
- Contornos geográficos
- Etc.

Otro tipo de fractal, que ya conocemos, más o menos tupido, es el **helecho de Barnsley**:



Un tercer tipo de fractal es el denominado **conjunto de Mandelbroth**, que vemos debajo.



Tras las tres imágenes presentadas es ya *más razonable* arriesgarnos a dar características de las figuras fractales que nos van a ayudar a entenderlas.

Para Pablo Montesdeoca³⁷, éstas son sus propiedades características que permiten esbozar una definición descriptiva:

- *Tienen una estructura compleja a cualquier resolución.*
- *Tienen una dimensión no entera.*
- *Tienen un perímetro (en estos ejemplos) de longitud infinita pero un área limitada.*
- *Son auto-similares e independientes de la escala.*

Sin embargo, hay fractales reconocidos que no cumplen alguna de dichas propiedades. Si bien muchos fractales (ver el de Mandelbrot) tienen que representarse sobre el plano complejo y construirse mediante operaciones iterativas con números complejos (fractales de Julia), otros como el de Koch o el de Cantor son simples en su estructura. Posteriormente mencionaremos a este último.

El tema de la dimensión merece un breve epígrafe aparte, pero es cierto que no encajan en las clásicas dimensiones euclídeas. El perímetro suele ser, efectivamente, de longitud infinita pero sólo en los *modelos* matemáticos de fractales. El área, en cambio, es siempre limitada. Recordamos que nos estamos refiriendo a fractales representados sobre un plano y que también los hay representables en el espacio tridimensional.

Su autosimilaridad salvo diferencias de escala es tal vez su propiedad más conocida, si bien hay que señalar que esta autosimilitud adopta diversas variedades. Para comentar adecuadamente estos aspectos: **perímetro, área y dimensión**, elegiremos el fractal del matemático sueco von Koch (Niels Fabian Helge, 1870 – 1924), también denominado “copo de nieve de Koch” cuando se considera en su totalidad.

Perímetro del Fractal de Koch.- Está claro que su longitud es un valor infinito. En efecto, el lado del triángulo equilátero inicial tiene una longitud que podemos representar por w . Entonces el perímetro es $3w$. Ahora bien en cada paso de la formación de este fractal su perímetro se multiplica por $\frac{4}{3}$, por lo que después del primer paso ésta es de $3w \cdot \frac{4}{3} = 4w$. Tras el paso siguiente, la longitud es $4w \cdot \frac{4}{3} = \frac{16w}{3}$, etc.

En resumen, tras n pasos el perímetro valdrá $3w \left(\frac{4}{3}\right)^n$. Cuando n tiende a infinito, también el perímetro tiende a ∞ , Es más, es fácil probar que la distancia entre dos puntos cualesquiera de la línea que representa el fractal de Koch es también infinita.

Área del Fractal de Koch.- En particular, área encerrada en el “copo de nieve” de Koch. Su cálculo ya no es tan sencillo, aunque está al alcance de la mayoría de los que lean estas líneas. Para ello vamos a intentar formar una progresión geométrica decreciente, de razón r , cuyos términos designaremos por $a_0, a_1, a_2 \dots a_k$, siendo cada uno de ellos el área “añadida” después de cada paso de la formación del fractal. a_0 es el área del triángulo equilátero inicial.

Sabemos, por matemáticas elementales, que el área, A , de un triángulo equilátero, de longitud del lado igual a w es

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} w^2$$

También sabemos que la **suma**, S_∞ , de los términos de una progresión geométrica decreciente de razón r , y primer término a_1 , cuando el número de términos tiende a infinito, obedece a la expresión

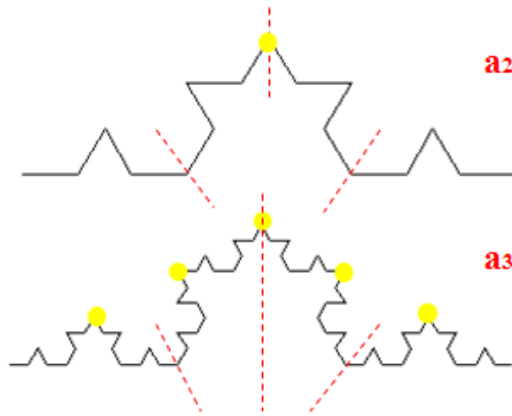
$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$$

Para simplificar los cálculos vamos a suponer que la longitud del lado del triángulo equilátero es igual a 1 . El término inicial de esta progresión geométrica, a_0 , será por consiguiente

$$a_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} a_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Para determinar el área del resto de los términos ayudará el examen de la figura que ahora mostramos. Volver, si precisase, a la anterior figura del fractal de Koch.

FORMACIÓN DE a_3 A PARTIR DE a_2



Los circuilos amarillos indican los «vértices» existentes anteriormente.
Las líneas rojas de puntos indican los cuatro segmentos recién formados.

Para el cálculo del área de a_1 hay que tener en cuenta que a a_0 le hemos añadido tres triángulos, equiláteros como todos los que aquí manejamos, cuyo lado es de longitud igual a la tercera parte del primer triángulo (el anterior). Por tanto el área de a_1 será

$$a_1 = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

El mismo procedimiento, según muestra una inspección cuidadosa de la figura de arriba, sirve para el cálculo de los sucesivos términos, con la particularidad de que a partir de ahora se añaden *en cada caso cuatro* triángulos, cuyo lado mide la tercera parte del anteriormente considerado. Por lo que el área de a_2 será

$$a_2 = a_1 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{27}$$

Y de la misma manera $a_3 = a_2 \cdot \frac{4}{9}$ y así sucesivamente.

Con lo que, a partir de a_1 , podemos calcular la suma de todos los términos siguientes, que son infinitos:

$$S_{1a_\infty} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{12}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{12} \times \frac{9}{5} = \frac{3\sqrt{3}}{20}$$

Como fácilmente puede verse, ya que la razón vale $r = 4/9$. Basta ahora añadir al resultado el valor de a_0 para obtener el valor del área total dentro de la curva.

$$A_{\infty} = a_0 + S_1 a_{\infty} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{20} = \frac{2\sqrt{3}}{5} = 0.69282 \dots$$

Si el lado del triángulo tiene la longitud w , entonces $A_{\infty} = 0.69282 \dots w^2$. Como es fácil comprobar.

También se puede afirmar, en virtud de lo dicho, que el área total admite esta otra expresión en función del área del primer triángulo

$$A_{\infty} = w^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1.6 = 0.69282 \dots w^2$$

O sea el área del primer triángulo multiplicada por **1.6** ya que $2/5$ equivale a $1.6/4$. Recordemos que aquí el punto suele designar a la coma decimal. También se cumple que $8/5 = 1.6$

En general es más difícil el cálculo de las áreas comprendidas en el interior de las líneas de los diversos fractales, pero ése es un tema en el que ya no vamos a entrar.

Dimensión del Fractal de Koch.- El concepto de dimensión de un fractal no es demasiado sencillo de comprender. Una unidad de medida, para que pueda medir longitudes ha de ser una unidad de longitud; para medir superficies ha de ser una unidad de superficies; para medir volúmenes ha de ser una unidad de volumen. Ciertamente que en figuras geométricas *regulares* podremos calcular áreas y volúmenes a partir de medidas de longitud, pero ése no es el caso de los fractales, tan frecuentes en la naturaleza y en el mismo cuerpo humano. La complejidad, o si se quiere, el *desorden* del caos se percibe en las estructuras fractales. De ahí que haya que generalizar el concepto de dimensión.

Usualmente utilizamos las dimensiones euclídeas, que son tres. Un punto tiene dimensión cero, una línea (recta o curva) tiene dimensión uno, una superficie (plana o no) tiene dimensión dos, y un cuerpo sólido tiene dimensión 3. En los tres casos suele haber instrumentos adecuados de medida, pero en el caso de los fractales las cosas no son tan sencillas. Hemos visto que el perímetro del fractal de Koch es de longitud infinita, pero que su área es finita, tan finita que su valor en comparación con el área del triángulo original es tan solo el 160 %, o sea 8/5 veces el área del triángulo. ¿Qué dimensión adjudicarle a este perímetro fractal?

Hemos de abandonar la idea de relacionar necesariamente una dimensión determinada con un número entero. Habrá que contar con números racionales

y más exactamente con números reales. Se han propuesto varios procedimientos para el cálculo de la dimensión fractal, y de ellos uno de los que más aceptación han tenido es el denominado *dimensión de Hausdorff–Besicovitch*. Trataremos de dar una idea aproximada del mismo.

Este procedimiento está ligado a la idea matemática de **recubrimiento**. En términos vulgares es el número de *unidades* que recubren el objeto a medir con el mínimo de superposiciones y sin huecos libres entre ellas. La idea de recubrimiento se entiende perfectamente al tratarse de medir la longitud de una línea recta, ya que basta con aplicar sucesiva y consecutivamente sobre ella la longitud unidad. La cosa se empieza a complicar si tratamos de medir el área de una forma geométrica plana pero irregular, y aún se pone más difícil si lo que se trata de medir es el volumen de un cuerpo sólido. Ciertamente existen en general procedimientos indirectos para ello, pero estos métodos son de tipo físico y no exclusivamente de tipo matemático.

Aún más. Existe desde hace casi un siglo el conocido problema de medir la longitud de una costa marítima, bien sea la de Gran Bretaña, bien la de Asturias, por poner los dos ejemplos más comentados entre nosotros. Resulta evidente, como lo muestra la simple inspección de la figura siguiente, que cuanto menor es la unidad que aplicamos a la medición tanto mayor resulta la medida del objeto.

LONGITUD DE LA COSTA BRITÁNICA



Cuanto más pequeña es la «regla para medir» tanto mayor es la longitud

El ejemplo es bueno porque las costas suelen tener una geometría fractal. El propio Mandelbrot llegó a decir que, bajo este punto de vista, la longitud total del litoral británico es infinita. Este dibujo ha sido ampliamente difundido en los medios científicos.

Estamos ahora en condiciones de dar una expresión matemática aplicable a la medida de conjuntos fractales, útil por tanto a la del copo de nieve de Koch.

Sea L la magnitud de la unidad de medida empleada, y N el número de dichas unidades que recubre el objeto medido, siendo D la dimensión en juego. Es claro que se cumple que

$$N L^D = 1$$

De ahí, tomando logaritmos y despejando D , obtenemos:

$$\ln N + D \ln L = 0 \quad D = - \frac{\ln N}{\ln L} \quad D = \frac{\ln N}{\ln(1/L)}$$

Hay que señalar que es indiferente el sistema de logaritmos elegido, ya que lo que diferencia a estos sistemas es un simple factor multiplicador que queda reducido al practicar los cocientes. Aplicando lo expuesto a los fractales en juego, podemos equiparar N al número de repeticiones efectuado en cada paso de la generación del fractal (que en el de Koch son 4 a partir de a_1 , como hemos visto), y L a la reducción de escala que hemos dicho que es $1/3$. Tenemos, pues:

$$D = \frac{\ln 4}{\ln 3} = 1.2618 \dots$$

Un caso excepcional lo constituye el llamado **Conjunto de Cantor** (Georg Ferdinand, 1845 – 1918). Este conjunto se forma a partir de un segmento de recta, por lo común el intervalo $[0, 1]$, tal como lo quiere mostrar la figura siguiente, dividiéndolo en tres partes iguales y sucesivas y eliminando la parte central². Esta maniobra se repite en cada uno de los segmentos restantes y así sucesivamente, obteniéndose de esta manera una sucesión infinita de segmentos que acaba teniendo curiosas propiedades.

CONJUNTO DE CANTOR



2. Se eliminan siempre intervalos abiertos, por lo que todos los que permanecen son cerrados.

Si imaginamos la “última línea” del conjunto, ésta consta de infinitos puntos, cuyo cardinal es el mismo que el del intervalo $[0, 1]$ de los números reales, o sea \mathbb{R} . Además resulta ser un conjunto compacto (acotado y cerrado). Su medida es cero y su **dimensión**, siguiendo lo recientemente dicho, es

$$D = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0.6309 \dots$$

Que resulta ser menor que 1, es decir menor que la del espacio original, por lo que el propio Mandelbrot le niega la condición de fractal pese a que su autosimilitud en las diversas y sucesivas escalas es evidente.

FRACTALES EN LA NATURALEZA.- Están descritos multitud de ellos, siempre cumpliendo algunas de sus propiedades características, pero hay que señalar dos condicionados interesantes en este tipo de fractales de la naturaleza, de la geología, de la astronomía y de otras variadas actividades humanas.

En efecto, ahora nos movemos ya en un espacio de tres dimensiones euclídeas mientras que los fractales que hemos mencionado, además de muchos otros que han servido para su adecuado estudio, estaban contruidos sobre el plano estando por consiguiente su dimensión fractal comprendida entre 1 y 2. En esta nueva circunstancia no hablaremos de perímetros sino de superficies. Así, por ejemplo, diremos que la superficie de los alvéolos pulmonares de un mamífero es relativamente grande para el pequeño volumen en el que están contenidos. La superficie respiratoria de un ser humano adulto puede tener un área similar a la de un campo de fútbol, pero todos los alvéolos están contenidos en un volumen no muy superior al de dos balones reglamentarios de dicho deporte. En general, áreas grandes en volúmenes reducidos, algo así como perímetros infinitos con áreas más bien pequeñas, como hemos visto hasta ahora.

El otro condicionado es que los fractales naturales difieren de los que hemos estudiado en que éstos son modelos matemáticos con posibilidad de tomar en algunos de sus componentes valores infinitos, mientras que en la naturaleza no se da esta infinitud. Los valores biológicos pueden presentar similitud a diferentes escalas pero estas escalas no se reducen hasta el infinito. No obstante, como en tantas ocasiones sucede, los modelos permiten el estudio de los fenómenos naturales e incluso nos ayudan a idealizar sus propiedades.

Ejemplos de estructuras fractales del mundo natural son, entre otros los siguientes.

- Distribución del ramaje de muchos árboles y vegetales en ramificaciones cada vez más finas y por consiguiente más numerosas.
- En particular, como ya hemos visto, la distribución de muchas hojas, con sus nerviaciones, pudiéndose citar las de los helechos entre otras muchas.

- El crecimiento de no pocos vegetales, cuyo paradigma es el brócoli romanesco, que presentan fructificaciones a escalas reiteradamente más pequeñas.
- El plumaje de muchas aves, entre las que se menciona la estructura de la cola del pavo real pero que no es el único ejemplo ni mucho menos.
- Dibujos naturales de maderas, tanto en cuanto a determinadas cortezas de árboles como en señales de su crecimiento periódico manifestadas en los cortes de troncos.
- Conchas de moluscos de muy diversa índole: marinos y terrestres, en las que frecuentemente sus dibujos van en sentido “dextrorsum” por lo común, siendo los orientados en sentido “sinistrorsum” auténticas piezas de museo.
- Estructura de algunas semillas de dispersión aérea, vulgarmente “pompones”, que nos recuerdan la disposición del fractal de Mandelbrot.
- Estructuras cristalinas espontáneas cuales son los copos de nieve de los que el de Koch nos ha servido de modelo de estudio anteriormente.
- El litoral de las costas marítimas, que también hemos contemplado a propósito de la teoría de la medida de la dimensión fractal (costas de Gran Bretaña).
- Redes fluviales, cuyo espectáculo a vista de satélite constituye en no pocos casos una auténtica visión fractal.
- Formas muy variadas de las nubes, del humo producido en incendios, de las volutas del tabaco, de la difusión de fluidos, etc.
- Caprichosas ramificaciones y formas de los rayos, algunas de ellas auténticos fractales captados en instantes brevísimos por las cámaras fotográficas.
- Grietas de muy diversos tipos en los terrenos, muy manifiestas en tierras de cultivo en épocas de sequías.
- Aspecto de montañas, sierras y cordilleras, tan variables en cuanto a su morfología, de lejos y de cerca, en sus múltiples localizaciones geográficas.

Una última observación después de esta somera enumeración: se dice en muchas ocasiones, en relación a lo que acabamos de describir, que muchas de estas realidades representan estructuras **caóticas**. Así es, ya que los fractales son una representación, o si se prefiere un modelo matemático, de lo que denominamos el caos.

FRACTALES EN EL CUERPO HUMANO.- Son un caso particular de los de la naturaleza por lo que se pueden hacer las misma consideraciones de tridimensionalidad y de no infinitud que antes. También conservan la cualificación de caóticos. Una enumeración no exhaustiva de ellos son los siguientes ejemplos.

- El ya mencionado aparato respiratorio con sus ramificaciones bronquiales, que permiten una gran área de intercambio gaseoso con el espacio ambiental, contenida en un volumen relativamente pequeño.
- El aparato circulatorio, con su doble red arterial y venosa, ambas de clara estructura fractal, para el intercambio entre tejidos y pulmones en la forma que conocemos. En los dos sistemas, arterial y venoso, hallamos sendas redes capilares.
- El sistema nervioso, tanto central como periférico, con sus redes neuronales y sus nervios periféricos, incluidos los neurovegetativos. Las redes neuronales constituyen modelos para su uso artificial con múltiples finalidades.
- El aparato digestivo, con sus vellosidades absorbentes capilares, con las vías biliares, sus estructuras glandulares, y un amplio etc.
- El genoma humano, la dinámica cardíaca, la propia psicología, y otros aspectos de los que posteriormente nos ocuparemos.

Todo esto sin entrar por ahora en cuestiones de patología morfológica, como podría ser el caso de los tumores, ni de fisiopatología en salud y en enfermedad.

Observación complementaria.- No hemos incluido hasta ahora fenómenos naturales cuya descripción y dinámica responden también a estructuras fractales. Algunos de ellos se tratarán en la parte dedicada al caos y la medicina, y otra parte al estudiar previamente diversas manifestaciones caóticas. Nada tiene que extrañar esta disposición dada la realidad de una alta correspondencia entre caos y fractales.

Aplicaciones de los fractales

Si bien muchas de ellas se salen del campo médico e incluso del biológico, no estará de más incluir ahora de forma muy breve algunas de las aplicaciones ya conseguidas de los fractales a la tecnología y a la ciencia en muy variados aspectos.

- La ya citada utilización en la medición de costas, fronteras irregulares (marcadas por accidentes geográficos del terreno)

- Diseño y colocación de todo tipo de antenas múltiples (radio, TV, etc), tanto para usos domésticos como industriales e incluso estratégicos.
- Aplicación muy importante es el empleo de estructuras fractales para la compresión de todo tipo de imágenes, lo que facilita su almacenamiento.
- Predicciones meteorológicas. Insistiremos en este punto y en el que sigue al tratar del caos en general en el epígrafe siguiente.
- Evolución de los valores de bolsa en los mercados económicos, interesante aplicación con resultados que son muy discutidos, al igual que la anterior.
- Análisis de problemas del tráfico complicado.
- Estudios astronómicos sobre la formación y evolución de las nebulosas y del propio sistema solar, objetivos que comparte con los estudios sobre el caos.
- Estudios sobre muy diversos tipos de polímeros, que se ha intentado aplicar a las industrias químicas, especialmente a las de producción y catálisis.
- Mejor conocimiento del movimiento browniano de partículas en medios fluidos. Interviene también en la ósmosis y se relaciona con el llamado *paseo aleatorio*.
- Soluciones de ecuaciones algebraicas de alto grado e incluso complejas. El autor carece de experiencia sobre este aspecto y considera suficientes los actuales métodos.
- Mediante la denominada *música fractal* se han logrado componer muy diversos tipos de piezas musicales, tanto clásicas como modernas. Matematización de la música.
- Estudio del funcionamiento del código genético en el que intervienen factores aleatorios, y del que posteriormente hemos de ocuparnos.

Si bien la mayoría de estas aplicaciones son ajenas a nuestro tema actual de estudio, algunas de ellas están dentro de la intencionalidad de este trabajo y serán tratadas posteriormente.

Una pregunta interesante

Recordando ahora la obtención gráfica del helecho de Barnsley, caben una consideración y una pregunta. En primer lugar, tal como hemos construido el helecho, ¿se puede decir que es una forma fractal? La respuesta es que en rigor,

NO. Sucede lo mismo con los que hemos denominado fractales en biología: no reproducen la teórica infinitud de los fractales geométricos, y el elevado número de iteraciones necesarias para confeccionar el gráfico no implica en modo alguno ese carácter matemático de infinitud.

¿Sería posible encontrar alguna fórmula para que la primera de las figuras que presentamos al tratar del helecho de Barnsley estuviera constituida por un abigarrado y desordenado conjunto de puntos, o sea que hubiera sido un conjunto caótico? Ahora la respuesta es que SÍ, pero a condición de no utilizar estructuras lineales. En el fractal de Mandelbrot, entre otros muchos, podría presentarse un resultado caótico variando el programa de construcción. En el apartado siguiente, cuando tratemos del ejemplo de una función logística, que no es lineal, contemplaremos la posibilidad de obtener mezclas caóticas.

EL CAOS, EN GENERAL

En este capítulo intentaremos proporcionar unas ideas básicas sobre el tema del caos considerado como un fenómeno general, si bien ha sido en la astronomía y poco después en la física donde tuvo sus primeras aplicaciones, ya en los albores del siglo XX. Su extensión a la mayoría de las ciencias ha sido rápida, sobre todo a partir de los años 60. Es importante la filosofía que ha surgido en torno al caos, razón por la cual comenzaremos por ocuparnos primeramente de este aspecto, si bien de una forma muy sucinta.

En este sentido, uno de los mejores trabajos filosóficos sobre el caos, asequible tanto en librerías como por internet, es el titulado **“Las siete leyes del caos”**, debido a John Briggs y F. David Peat¹¹. Si bien tiene un leve matiz científico bastante acertado, descuella a nuestro criterio por el aspecto señalado y su profundidad de pensamiento.

Leyes del caos

Hasta no hace demasiado tiempo caos era sinónimo de desorden. No teníamos otra herramienta para realizar estudios de los fenómenos caóticos que el cálculo de probabilidades y la estadística. Debe quedar claro que no compartimos la idea de los que aún sostienen que estas dos disciplinas encubren la ignorancia humana en cuanto al conocimiento de los sucesos no explicables según nuestros conocimientos. En la actualidad somos perfectamente conscientes de que es mayor el caudal de lo que se ignora que el de lo que se sabe, pero ésta es una ley general del conocimiento humano y debemos poner las cosas en su sitio, abiertos a los hallazgos futuros de las ciencias pero sin despreciar las aportaciones del pasado.

En nuestros tiempos la palabra caos tiene varias acepciones. Según el Diccionario de la Real Academia Española de la Lengua, que copiamos literalmente:

Caos

Del lat. *chaos*, y este del gr. *χάος cháos*; propiamente ‘abertura’, ‘agujero’.

1. m. Estado amorfo e indefinido que se supone anterior a la ordenación del cosmos.
2. m. Confusión, desorden.
3. m. Fís. y Mat. Comportamiento aparentemente errático e impredecible de algunos sistemas dinámicos deterministas con gran sensibilidad a las condiciones iniciales.

Por consiguiente, se concede validez *oficial* al concepto del **orden** como atributo del caos. Ciertamente que bajo el sobrentendido de que no coecemos aún la casi totalidad de las reglas de este orden presente, aunque no siempre visible, en los sucesos que denominamos caóticos. Una monografía interesante sobre el orden y el caos es la publicación de Escohotado¹⁹.

No consideramos necesario explicitar que en nuestro trabajo nos estamos refiriendo exclusivamente a la tercera de estas acepciones, en cuya exposición encontramos plenamente acertado el adverbio *aparentemente*.

Las siete leyes del caos, para Briggs y Peat, recogidas en su configuración exacta del índice de su publicación, son las que a continuación se muestran.

1. Ser creativo. Ley del vórtice
 2. Usar el efecto mariposa. Ley de la influencia sutil
 3. Seguir la corriente. Ley de la creatividad y la renovación colectivas
 4. Explorar qué hay en medio. Ley de lo simple y lo complejo
 5. Observar el arte del mundo. Ley de los fractales y la razón
 6. Vivir dentro del tiempo. Ley de los rizos fractales de la duración
 7. Volver a unirse con el todo. Ley de la corriente de una nueva percepción
- Epílogo: Ley 7,1325... La información ausente y el agujero (lleno) en el centro

Nos limitamos, tal como ya decíamos, a dar una breve explicación de las mismas.

1.- Ley del Vórtice

Nuevamente nos remitimos al Diccionario de la Lengua Española, consultando el significado de la palabra **vórtice**:

Vórtice

Del lat. *vortex*, *-icis*.

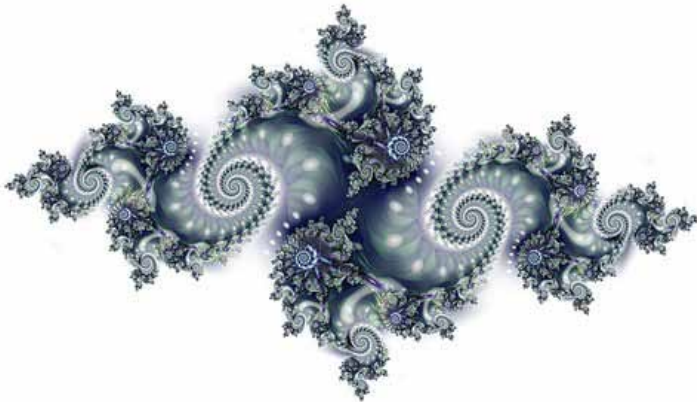
1. m. Torbellino, remolino.
2. m. Centro de un ciclón.

Ya vimos algún ejemplo al comentar los fractales. Uno de los más característicos es la morfología de las conchas de varias especies de caracoles. En geometría puede serlo el punto de origen de la espiral de Arquímedes. Entre los que llamábamos fractales de Gaston Julia existen no pocos ejemplos. En el que aquí reproducimos se muestran varios vórtices en diferentes escalas, siendo particularmente llamativos los dos mayores.

Es evidente que no se puede hablar de desorden al contemplar esta estructura, máxime si se tiene en cuenta que la mayoría de los fractales de Julia están obtenidos operando sobre el plano complejo mediante fórmulas reiterativas, siendo tal vez la más conocida de ellas la siguiente serie:

$$Z_0 = Z_0 \quad Z_1 = Z_0^n + C \quad Z_2 = Z_1^n + C$$

Y así sucesivamente. n es un número entero, Z y C son números complejos. (Por lo general)



Las fórmulas que permiten la elaboración de fractales por ordenador, o sea prácticamente todas ellas, no son formas lineales. En las ecuaciones lineales los exponentes de las variables son únicamente **0** y **1**. Si alguno o algunos de dichos exponentes son fraccionarios (el caso de raíces, entre otros), superiores

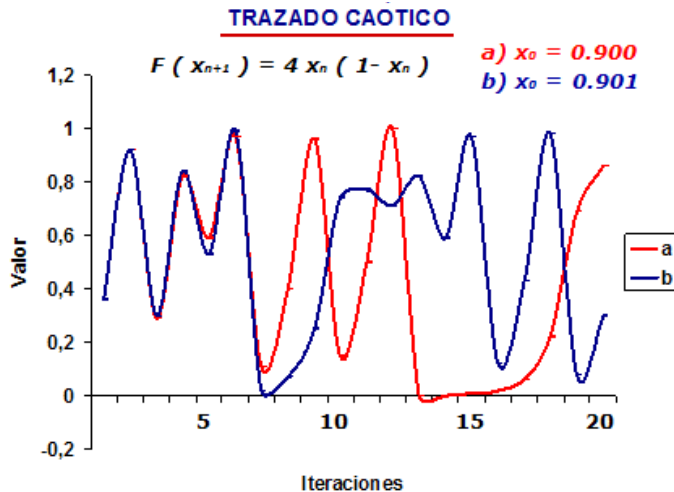
a **1**, o negativos, ya se trata de formas no lineales, necesarias para dar lugar a imágenes caóticas, que no desordenadas.

El hecho de que los vórtices figuren en algunos fractales no quiere decir que sean necesarios en todos ellos, sino simplemente que su presencia es característica de los mismos.

2.- Ley de la Influencia Sutil

Se dice también del *efecto mariposa*, dado que Lorenz, en una conferencia sobre predicciones meteorológicas, señaló que “el aleteo de una mariposa en el Brasil puede desencadenar un tornado en Texas”. Esta afirmación no parece tan exagerada después de la de Einstein de que “la caída de una gota de rocío al suelo tiene efectos en la estrella más lejana”. Y menos aún si recordamos que Newton decía que “somos atraídos por la tierra, en virtud de la ley de la gravedad, con la misma fuerza con que nosotros atraemos a la tierra”.

Este fenómeno también se identifica con la conocida **sensibilidad a las condiciones iniciales**, descrita por el propio Lorenz y comprobada por él cuando partió de una secuencia de cálculos recursivos por ordenador de una cantidad a la que suprimió los últimos decimales. En la siguiente figura recordamos el efecto de *una milésima* sobre las gráficas de la representación de los trazados del resultado de una fórmula recurrente. Esta imagen fue ya proyectada, no hace mucho tiempo, en una sesión de nuestra Real Academia de Medicina durante el curso de una intervención del autor sobre los errores en la investigación médica. La función que en ella figura va a ser utilizada posteriormente aquí cuando tratemos de los aspectos matemáticos del caos.



La referida frase de Lorenz es acertada cuando a fenómenos caóticos nos referimos, y los meteorológicos lo son, entrando en ellos tantas variables que sigue resultando difícil realizar pronósticos del tiempo con alguna certeza a más de tres días de plazo. Ello se sigue reconociendo actualmente, al mismo tiempo que se reconoce el carácter caótico de la evolución meteorológica.

Tampoco estará de más recordar que, cuando se manejan simultáneamente más de dos variables en procesos no lineales, se corre el riesgo de sumirse en el caos a través de problemas prácticamente sin solución. No hay más que recordar *el problema de los tres cuerpos*, puesto en actualidad por Henry Poincaré y que dio origen a los estudios sobre el caos a partir de la segunda mitad del siglo pasado.

Bajo el punto de vista matemático, las ecuaciones que propone Lorenz para el pronóstico del tiempo se basan en tres variables, lo que supone que si estas ecuaciones configuran un sistema no lineal, como así es, son terreno abonado para el desarrollo de situaciones caóticas.

También el *efecto mariposa* justifica la influencia que, en el campo social y psicológico, pueda ejercer el influjo de un grupo reducido de personas, y hasta de un solo individuo, sobre todo en actitudes colectivas y en la ideología de las masas.

3 - Ley de la Creatividad y la Renovación Colectivas

Los autores enfocan este capítulo desde la perspectiva de colectividades que experimentan deseos y sentimientos comunes sin haberse previamente puesto de acuerdo. Presentan, por consiguiente, imágenes sociales de lo que se llaman *atractores extraños*. Incluso esta expresión aparece un par de veces en el texto.

Un sistema dinámico puede evolucionar de varias maneras: sistema estable, sistema inestable y sistema caótico. Un sistema es estable si variaciones pequeñas en las condiciones iniciales no dan lugar a grandes cambios en el desarrollo del sistema. En este caso la evolución dinámica lleva al sistema a un punto fijo o bien a un recorrido que se repite de forma periódica y que con frecuencia se materializa formando órbitas que recorre sucesivamente el sistema.

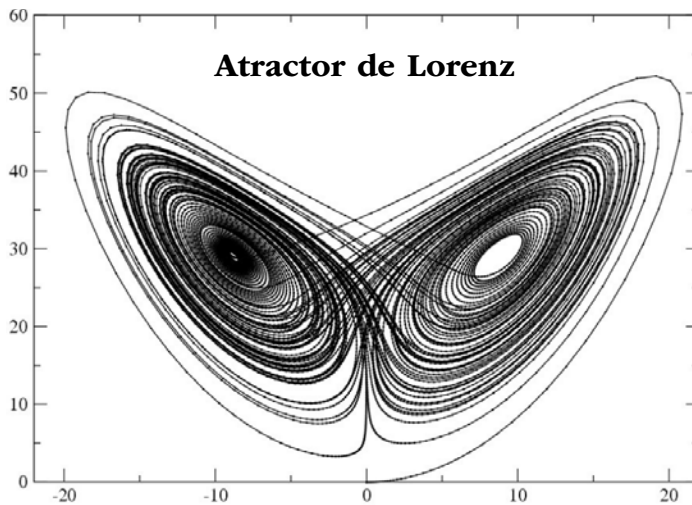
En los sistemas dinámicos inestables pequeños cambios en las condiciones iniciales conllevan fuertes separaciones en los recorridos iterados. Es más, muchas veces escapan del campo propio o del espacio de fases del sistema. Por consiguiente, no tienen atractores definidos. Suele ser útil para su consideración el llamado *exponente de Lyapunov*, que se expresa analíticamente así: $\|\delta\| \sim \|\delta_0\| e^{\lambda t}$ donde $\|\delta\|$ es el valor absoluto de la divergencia, $\|\delta_0\|$ es la divergencia inicial y λ es el exponente de Lyapunov.

Así pues, existen tres tipos principales de atractores, entendiendo por tales las situaciones finales a las que confluye el sistema:

Atractor de punto fijo, que como indica su denominación, es un solo punto del espacio de fases y del que no puede salir el sistema a no ser que intervengan elementos extraños.

Atractor de ciclo límite o periódico, que recorre una sucesión de estados que se repiten periódicamente, a veces conocidos como órbitas del sistema.

Atractor caótico, propio de sistemas no lineales que tienen gran sensibilidad a pequeñas variaciones de las condiciones iniciales. Un ejemplo típico es el atractor de Lorenz del que suministramos una imagen a continuación. En él existen dos desarrollos de torbellinos situados en planos perpendiculares.



Atractores extraños, suelen ser los que se representan mediante fractales, es decir que mantienen su estructura en todas las escalas. Su dimensión, por tanto, es fractal o de Hausdorff. El ya visto de Lorenz encaja perfectamente en estas características.

En torno al espacio ocupado por cualquier clase de atractor existe una zona, llamada *cuenca del atractor*, que tiene la propiedad de “absorber” a todos los elementos que entran en ella y que por consiguiente se encuentran en dicha zona. Esta es la razón del nombre de atractor: se llega obligadamente a él si se ha entrado en su cuenca, pero una vez dentro no se puede salir si no es por causas muy excepcionales.

4.- Ley de lo Simple y lo Complejo

El planteamiento de esta ley tiene su razón de ser en el hecho de que, a partir de fórmulas matemáticas sencillas, se originan sistemas realmente “complicados”. El ejemplo típico son los fractales, donde por medio de reglas simples se llegan a obtener estructuras verdaderamente complejas.

Si bien no todos los fractales responden a este tipo de construcción, está más que justificado relacionar directamente lo simple con lo complejo. Esta complejidad llega en no pocas ocasiones al extremo de dificultar todo tipo de predicciones en la maraña caótica resultante. De aquí que partiendo de fórmulas perfectamente determinadas, aunque no lineales, se acceda al caos, caos que por esta razón es llamado el **caos determinista**. Podemos, por tanto, afirmar que esta ley nos introduce en este concepto verdaderamente importante.

El caos determinista se suele definir, de forma descriptiva, como una serie de fenómenos que cumplen las condiciones que hemos enunciado y que tienen su ámbito en campos de aplicación en la teoría de sistemas dinámicos, de la mecánica clásica y de las ecuaciones diferenciales. Lo imprevisible de los resultados, cosa que no es nada raro que suceda, hace equiparar al azar algunos de estos fenómenos, habiendo dado lugar a un tipo de caos de discutible realidad, el *caos estadístico*.

Se atribuye a Henry Poincaré la frase “El azar no es más que la medida de la ignorancia del hombre”. Esta afirmación es cierta solo en parte y tiene sus antecedentes en la doctrina filosófica de Platón y Aristóteles. Sería razonable decir que solo se puede invocar la presencia del azar si se ha descartado formalmente el cálculo. Hoy día, como disciplina básica de la Estadística, ha experimentado un muy notable desarrollo el Cálculo de probabilidades, y no existe ninguna razón para no aplicar estas herramientas al estudio de los fenómenos caóticos. Creemos que la expresión de *caos estadístico* puede ser sustituida con ventaja por *El cálculo de probabilidades y la Estadística en el estudio del caos*.

Sin embargo, puede ser éste el momento de hacer una fácil reflexión sin ánimo de dar respuestas categóricas. En el caso de las interacciones genómicas, por ejemplo en la determinación del sexo de un ser humano recién concebido, ¿es aleatorio su sexo o está ya inequívocamente determinado? En el caso de que se sepa, ¿puede ser modificado a voluntad de sus padres? Aún más, ¿puede un ser ya nacido modificar su sexo?

Comparemos esta situación con la de los primeros habitantes racionales de nuestro planeta en relación a los eclipses de sol o de luna. ¿Están predeterminados? ¿Son predecibles? ¿Son modificables? En el primer caso hablaríamos de determinismo; en el segundo de conocimientos humanos, evidentemente

variables con el decurso de los tiempos; en el tercero se trataría de una química posibilidad.

Todavía nos queda otra pregunta, ¿son totalmente incompatibles el determinismo y el cálculo de probabilidades? Si bien trataremos este tema posteriormente, adelantamos desde ahora que nuestra respuesta es que NO. Existen dentro de esta última disciplina las *leyes de los grandes números*, fundamentadas en conceptos tan matemáticos como la *convergencia en probabilidad* y la *convergencia casi segura* que pueden convertir en razonable la contestación que hemos dado. Más adelante, cuando tratemos del caos y la genética humana, volveremos sobre este punto, sobradamente interesante a nuestro juicio.

Sobre la base de las ideas expuestas se ha elaborado una doctrina, incluso complicada, sobre el caos determinista. Esta doctrina, consideraciones éticas incluidas, es de un interés extraordinario pero no constituye nuestro actual objetivo.

5.- Ley de los Fractales y la Razón

Hemos dedicado el capítulo anterior a dar una idea elemental de los fractales. Podemos recordar aquí que la existencia de fractales es anterior a su conocimiento como tales, ya que estos modelos geométricos están presentes en el universo en general y en la naturaleza en particular. Ha sido en tiempos todavía muy recientes cuando hemos iniciado su estudio formal, hemos logrado reproducirlos y hemos descubierto algunas de sus peculiaridades.

No es que podamos postular la estrecha relación que los fractales tienen con el caos; la realidad es que en muchos casos forman parte del mismo. El conocimiento que hemos adquirido sobre las realidades fractales nos ha permitido formular la observación de que el caos no es un desorden exento de leyes, sino que precisamente algunas de esas leyes del caos las hemos confirmado mediante el conocimiento de las estructuras fractales.

Muchos de los fractales más conocidos se pueden construir por medio de fórmulas matemáticas recursivas. Incluso algunas de estas fórmulas, como sucede con la que hemos utilizado para construir el helecho de Barnsley, son simples aplicaciones matriciales propias del cálculo lineal. La proposición inversa, encontrar las fórmulas de confección a las que obedece un fractal dado, son en ocasiones verdaderamente difíciles, dado que no hay reglas de construcción de las mismas. En esto, como en otras varias cosas, la similitud de la geometría fractal con las ecuaciones diferenciales es asombrosa, hasta el punto de incrustar este tipo de ecuaciones en la comprensión de muchos fenómenos caóticos.

Puesto que hemos dedicado un capítulo anterior a tratar de fractales, no vale la pena extenderse en más comentarios sobre esta 5ª ley de Briggs y Peta.

6.- Ley de los Rizos Fractales de la Duración

La estructura matemática del tiempo es un tema de permanente discusión desde hace cerca de dos siglos, no siendo por consiguiente una consecución de la época fractal. Todas las consideraciones que se hagan a este respecto no tienen más valor que las ya sabidas desde hace no pocos años mucho antes de que concepto del caos irrumpiera en nuestra cultura.

Bajo el punto de vista científico, y en particular en su aspecto matemático, el tiempo se ha considerado como una dimensión, añadida por conveniencia a las tres dimensiones del espacio euclídeo en el que nos movemos, habiendo llegado a nominarse *la cuarta dimensión*. Pero, cuidado, no hay que confundirla con una cuarta dimensión de un espacio vectorial: las reglas del Análisis matemático y del Álgebra son muy diferentes y no tienen nada que ver con esta manera de concebir el paso del tiempo.

Es cierto que en la representación gráfica de la mayoría de los fenómenos biológicos se asigna a la magnitud tiempo el eje de abscisas, dejando el eje de ordenadas para la representación de la magnitud estudiada en cada caso, pero eso sucede tan solo en un tipo particular de gráficos en un plano bidimensional. Sin embargo, cuando queremos estudiar simultáneamente la evolución de otra medida más, en lugar de pasar a representar un espacio tridimensional, tarea ésta siempre algo confusa sobre un plano, recurrimos a otros tipos de gráficos entre los que merecen especial mención los *diagramas de fases*.

Existen ciertamente “idealizaciones” del tiempo. Una de ellas es la de representar la eternidad como *falta de tiempo*. En este caso todas las representaciones de sucesos temporales habría que situarlas sobre el eje de ordenadas, cuya ecuación, no lo olvidemos, es $x = 0$. De esta misma manera, la del eje de abscisas es $y = 0$, (o, si optamos por representar el tiempo, t , $t = 0$) con lo que la solución o soluciones de las ecuaciones algebraicas de una sola incógnita es calcular el punto de intersección de la función representativa con el eje de abscisas; esto es $x = a \in \mathbf{R}$, donde el signo que aparece después de la solución, representada aquí por a , es “incluido en” y \mathbf{R} representa el conjunto de los números reales.

La idea que ha circulado en algunas ocasiones de representar el tiempo mediante líneas sinuosas en ciertos tipos de gráficos, en lugar de líneas rectas, es exclusivamente fruto del subjetivismo y carece de todo fundamento matemático. El paso del tiempo no es un fractal, a menos que se mire con excesiva imaginación. Es más, el tiempo es una magnitud en cierto modo relativa que, más que ser traducción del paso medido por reloj, traduce nuestro propio paso y el del universo en el que nos hallamos. Pero estas cuestiones pertenecen más, hoy por hoy, a la Filosofía.

7.- Ley de la Corriente de una Nueva Percepción

En el terreno filosófico existen tendencias a considerar al hombre como formando parte de un todo indisoluble. Se ha dado un paso conceptual muy notable: ya no es la persona humana un todo, como lo vienen señalando hace más de un siglo las ideas holísticas de la salud y de la enfermedad con su consiguiente repercusión sobre la medicina, sino que además somos una parte sustancial de ese todo que es el universo mundo. ¿Participa en ese mundo todo el ambiente de las dolencias y preocupaciones de cada persona?

De nuevo consideramos que esta cuestión difícilmente puede entrar en el caos a menos que nos trituremos mentalmente dándole vueltas a esta conjetura. Lo que sí podríamos admitir como razonable es esta *nueva percepción* de las realidades humanas, únicos seres racionales del mundo conocido. Aquí sí que pueden tener lugar relaciones con situaciones caóticas, como tendremos ocasión de comentar cuando tratemos del caos en la psicología o su posible intervención en las alteraciones de la conducta. Ahora bien, de esto a considerar lo que llamamos la nueva percepción como una ley del caos hay un abismo difícilmente salvable por mucha imaginación que echemos sobre el tapete.

Más acierto tienen, a nuestro juicio, Briggs y Peat en la última cuestión que plantean en su obra, interesante por lo demás: ¿Con cuántos decimales trabaja la naturaleza? Esta pregunta, cuya formulación data de los tiempos de Poincaré, y a la que ellos dan el nombre de “Ley 7.1325...”, merecerá un comentario especial en la segunda parte de nuestra intervención, pero podemos ya anticipar una respuesta: no existe una conclusión convincente.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DEL CAOS

Para personas no iniciadas puede tener alguna dificultad comprender bien el concepto matemático del caos en una primera lectura. A fin de solventar este inconveniente damos una referencia bibliográfica³⁴ de carácter científico y sugerimos un artículo³ hallable en internet. Además, nos serviremos en los párrafos siguientes de un ejemplo sencillo y de plena actualidad para nuestro comentario.

Es preciso dejar claro desde este momento que, dentro de la variedad de disciplinas de que consta la Matemática, es la **Topología** la más indicada para llegar a una correcta conceptualización del caos. Sin embargo esta materia no forma parte de las enseñanzas preuniversitarias. No sería procedente impartir aquí un curso de Topología por elemental que fuera, por lo que preferimos ir dando los conceptos que sean precisos a medida que los necesitemos, siempre de forma sencilla pero con el rigor científico posible.

3. “Introducción a la Teoría del Caos”. Gómez Navarro, J.J. PDF.

Recordemos brevemente algunos de los comentarios anteriores a este respecto. Eran fenómenos característicos de las situaciones caóticas: a) La sensibilidad a las pequeñas variaciones en las condiciones iniciales b) Ser opuestos en cierto modo al determinismo c) En consecuencia, la imposibilidad de realizar predicciones seguras d) Estos fenómenos no se dan en sistemas lineales.

Las manifestaciones del caos son propias de sistemas dinámicos, esto es: en fase de evolución, a diferencia de los sistemas estáticos que permanecen siempre en el mismo estado. El conjunto de situaciones que presentan, en sus diversos momentos temporales de dicha evolución, se conoce con el nombre de **espacio de fases**. Así, por ejemplo, es clásico el espacio de fases del péndulo oscilante, donde hay dos variables: la velocidad de oscilación y el ángulo formado con la vertical.

El número de fases de un espacio puede ser infinito, como vamos a verlo en el ejemplo de ecuación logística que pondremos en breve.

SISTEMAS DINÁMICOS

Los hay **discretos**, que representan posiciones de los elementos del sistema en determinados momentos de su evolución, esto es que presentan situaciones de “salto”, por ejemplo el movimiento aparente de la luna sobre la esfera celeste cada 24 horas. Por el contrario, también los hay **continuos**, es decir, especificando su evolución en cada instante del tiempo. Los primeros pueden resolverse mediante *ecuaciones en diferencias*; los segundos por medio de *ecuaciones diferenciales*. Con frecuencia habrá que recurrir al Cálculo numérico. El lector puede encontrar ayuda a este respecto en el texto de Demidovich y Maron¹⁷.

EJEMPLO.- Supongamos que se trata de estudiar el crecimiento de una población de insectos en lo que se llama *un ambiente cerrado*, como podría ser una isla donde solo exista dicha especie. La evolución temporal de su población viene dada por la siguiente ecuación logística de Robert May³⁶.

$$x_{k+1} = \mu x_k (1 - x_k)$$

Donde la tasa de crecimiento de la población es el cociente:

$$\frac{X_{K+1}}{X_K}$$

El valor de x está comprendido en el intervalo cerrado $[0 ; 1]$ y el de μ en $0 < \mu \leq 4$, con $x, \mu \in \mathbf{R}$, siendo μ una constante proporcional al número de insectos y \mathbf{R} el conjunto de números reales. Esta ecuación, propuesta por Robert May (1936 -) está inspirada en la ley de crecimiento con condiciones

limitantes de Verhulst (Pierre François, 1804-1849). Un estudio particular y asequible de la misma se debe a Irene Peral Walias⁴.

Esta ecuación se manipula de forma iterativa. Comenzamos dándole un valor previo a la constante μ , que se mantiene fijo durante todo el proceso. En cambio, a partir de un solo valor de x_0 , a cada “vuelta” o iteración se trabaja con el nuevo valor de x_k obtenido. Así, si hacemos $\mu = 1.25$ y partimos de $x_0 = 0.50$, vamos obteniendo: $x_1 = 0.3125$, $x_2 = 0.2686$, $x_3 = 0.2456$, hasta que llegamos a $x_k = 0.2$, que ya permanece invariante ante cualquier número de iteraciones posteriores.

Puntos interesantes en un sistema dinámico

Ante todo hemos de contemplar los **puntos fijos**, es decir aquellos para los que $x_{k+1} = x_k$. Esto se consigue, en el ejemplo anterior, resolviendo la ecuación $x = 1.25x(1-x)$, ecuación de segundo grado cuyas soluciones son $x = 0$ y $x = 0.2$. Los puntos fijos pueden ser a su vez *atractivos* o *repulsivos*.

Punto fijo atractivo.- Un punto fijo, ϑ , es atractivo si existe un subconjunto I contenido en X , que contenga a ϑ , tal que para todo x contenido en I se tiene que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f^k(x) = \vartheta.$$

Punto fijo repulsivo.- Es un punto fijo, ϑ , del espacio (f, X) , contenido en el subconjunto I de X , tal que para todo x_0 contenido en I , $f^k(x_0)$ no está contenido en I .

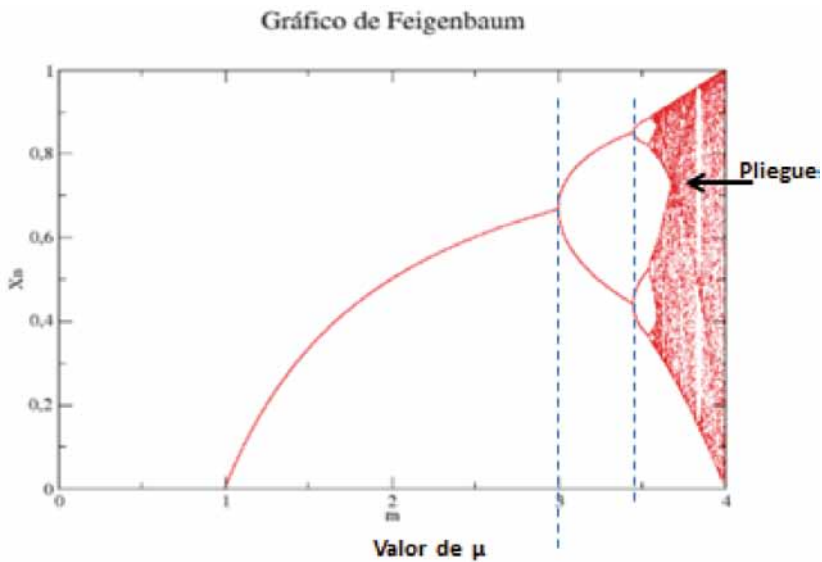
En otras palabras, un punto fijo ϑ es atractivo si, tras sucesivas iteraciones, convergen a él todos los valores de la función estudiada que se encuentran en un subconjunto determinado del espacio de fases. Esta región se denomina *cuenca de atracción* del punto ϑ .

Viceversa, un punto fijo x_0 es repulsivo si, tras sucesivas iteraciones $f^k(x_0)$, ninguno de los valores de un subconjunto que los contenga está incluido en I .

Punto periódico.- Un punto ϑ de un sistema (f, X) se llama periódico, si existe algún número natural n , tal que se verifique que $f^n(\vartheta) = \vartheta$. Al menor de los valores de n que cumplen esa condición se le denomina *orden de periodicidad*. En otras palabras, un punto es periódico de orden n si después de n iteraciones se repite su valor en el resultado cada vez.

4. Universidad San Pablo CEU. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Depto de Matemática Aplicada y Estadística.

Puntos de gran interés, ya plenamente de la dinámica caótica, son los llamados puntos de bifurcación, como veremos en seguida. Estos puntos han sido particularmente estudiados por Feigenbaum (Armand V, 1922-2014), precisamente con datos sobre la reproducción de poblaciones de insectos, como son los de nuestro ejemplo. Su gráfico es el siguiente.



COMENTARIOS SOBRE EL EJEMPLO.- Sin perjuicio de completar definiciones, vamos a considerar tres casos particulares del ejemplo que antes hemos propuesto. Los comentarios a que den lugar deben contribuir a aclarar y fijar conceptos.

1) $0 < \mu \leq 1$.- Evidentemente el valor de μ no puede ser cero, ya que entonces el valor de x_{k+1} sería siempre igual a cero independientemente del valor de x_k

Para el cálculo de los puntos fijos, hay que resolver la ecuación $x = \mu x (1 - x)$. Si hacemos por ejemplo $\mu = 0.5$, los dos puntos fijos que obtenemos son $x_1 = 0$, $x_2 = -1$. La única solución válida es la primera ya que x_2 no pertenece al intervalo de fases $[0 ; 1]$

En este caso el único punto fijo válido es $x = 0$ sea cual sea el valor inicial de x_0 del que partamos. Recordemos que $x_0 \in [0 ; 1]$. Lo mismos resultados obtendríamos para cualquier valor de μ igual o menor que 1 . Si $\mu = 1$, entonces el único punto fijo es $x = 0$

2) $1 < \mu \leq 3$.- En este caso las soluciones de la ecuación para los puntos fijos son $x = 0$; $x = (\mu - 1)/\mu$. Este segundo punto fijo es atractivo y depende solamente del valor de μ , independientemente del valor de x

3) $3 < \mu \leq 4$.- Aquí van a comenzar a manifestarse fenómenos caóticos. En efecto, para el valor de $\mu = 3$ comienza ya la bifurcación en el gráfico de Feigenbaum tal como lo podemos ver más arriba. A partir de ahora el proceso iterativo suministra dos valores distintos en cada iteración. Así, por ejemplo, para $\mu = 3.2$, se presentan los valores $0.799\dots$ y $0.513\dots$ independientemente del valor inicial de x . Estos puntos se conocen con el nombre de puntos periódicos, ya que todos los resultados de x_{k+1} tienden a oscilar entre ellos.

Pero si hacemos $\mu = \sqrt{6} + 1 = 3.44949\dots$ entonces ya son dos los puntos de bifurcación, con cuatro valores periódicos distintos a partir de este punto p . Si tomamos ahora $\mu = 3.5$, estos valores son $0.3823\dots$, $0.50088\dots$, $0.8269\dots$, $0.875\dots$

De aquí en adelante ya tenemos el caos sobre la mesa. Los puntos de bifurcación tienden a duplicarse cada vez más rápidamente, de tal manera que los propios puntos periódicos llegan literalmente a llenar todo el espacio en la parte derecha de la figura.

Propiedad de mezcla.- Dos puntos iniciales muy cercanos pero no iguales, es decir diferentes en cifras decimales a partir de milésimas o más aún, suelen dar resultados que difieren con cierta lentitud si las condiciones del sistema no son caóticas. Pero si las sucesivas iteraciones conducen de forma rápida a grandes diferencias en los resultados, los puntos representativos de éstos pueden también llenar todo el espacio de fases. Esta característica se llama *propiedad de mezcla*, y también es significativa de situaciones caóticas.

Conjuntos densos.- En estas ocasiones, como hemos visto en los puntos periódicos y en las condiciones de mezcla, a los conjuntos cuyos puntos tienden a “llenar” todo el espacio en el que se desenvuelven, se les denomina densos en dicho espacio.

Más científicamente, un conjunto A es denso en otro conjunto B , si en todo entorno de B (por pequeño que sea) existen puntos de A . Un ejemplo muy claro lo constituye el conjunto Q de los números racionales, que es denso en R , conjunto de los números reales. En cambio el conjunto Z de los números enteros no es denso en R .

En efecto, dado cualquier punto $p \in R$, siempre hay puntos de Q tan próximos a p como se quiera. En cambio, si suponemos el punto $0.5 \in R$, existen infinitos entornos de p que no contienen ningún número entero, como por ejemplo $(0.4 ; 0.6)$.

Algunas definiciones formales

Definición.- Sean $A \subset B$ dos conjuntos no vacíos, y sean $a \in A$ y $b \in B$ dos puntos de sendos conjuntos. Sea $d(a,b)$ una distancia. Se dice que **A es denso en B** si $\forall \varepsilon > 0$ y $\forall b \in B$, $\exists a \in A$ tal que $d(a,b) < \varepsilon$

Definición.- Se dice que un sistema dinámico (f,X) **tiene la propiedad de mezcla** si para cualesquiera conjuntos $A, B \subset X$ arbitrariamente pequeños existe un n tal que $f^n(A) \cap B \neq \emptyset$

Definición.- Un sistema (f,X) **es sensible a las condiciones iniciales** si $\exists \delta > 0$ tal que para cualquier $x \in X$ y $\varepsilon > 0$, existen $y \in X$ y n verificando $|x-y| < \varepsilon$ y $|f^n(x)-f^n(y)| > \delta$

Definición.- Un sistema dinámico (f,X) **se dice caótico** si verifica las siguientes propiedades:

1. Los puntos periódicos de f son densos en X
2. Es sensible a las condiciones iniciales
3. Tiene la propiedad de mezcla

Significado de algunos signos

- \subset inclusión de un conjunto en otro
- \in inclusión de un elemento en un conjunto
- d distancia (entre a y b , en este caso)
- $\forall \varepsilon$ para todo valor de ... (ε , en este caso)
- $\exists a$ existe algún valor de ... (a , en este caso)
- \cap intersección de conjuntos

Constantes de Feigenbaum

No es solo para los matemáticos el interés de este tema. Tratamos ahora de dos números aplicables al gráfico de Feigenbaum pero también a otras muchas funciones no lineales que presentan características de bifurcaciones reiteradas. Son dos estos números, y constituyen cada uno de ellos el límite de sucesiones de distancias, la primera constante se evalúa sobre medidas en abscisas y la segunda sobre distancias sobre ordenadas.

Primera constante.- Veamos para qué valores de μ se van presentando las sucesivas bifurcaciones en el ejemplo ya comentado.

Núm de bifurcación	Período	Valor de μ	Cociente $\frac{\mu_{n-1} - \mu_{n-2}}{\mu_n - \mu_{n-1}}$
1	2	3	
2	4	3.4494897	
3	8	3.5440903	4.7514
4	16	3.5644073	4.6562
5	32	3.5687594	4.6683
6	64	3.5696916	4.6686
7	128	3.5698913	4.6692
8	256	3.5699340	4.6694

El cociente al que hace referencia la última columna se forma así:

$$\frac{\mu_{n-1} - \mu_{n-2}}{\mu_n - \mu_{n-1}}$$

Y su valor límite, cuando $n \rightarrow \infty$, es

$$\delta = 4.669201609102990671853203821578 \dots$$

Segunda constante.- Está determinada por el límite de los cocientes entre la anchura de las ramas de una bifurcación y la de las de la siguiente bifurcación, con tal que esta última no sea la más próxima al pliegue (ver figura). Su valor es

$$\alpha = 2.502907875095892822283902873218 \dots$$

Ambas constantes se cree que son números trascendentes. Aparecen, siempre con el mismo valor, en cualquiera de las funciones no lineales desarrollables en el intervalo $[0 ; 1]$, con tal que sean tres veces derivables en dicho intervalo.

Aproximaciones.- Existen aproximaciones muy notables a ambas constantes, Para la primera, mencionaremos dos de ellas. La primera aproximación es $\delta = \pi + \tan^{-1}(e^\pi)$, y otra muy aceptable es

$$\delta = \frac{2\varphi}{\ln 2}$$

Los ángulos deben expresarse en radianes. φ es el número áureo = $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Para la segunda constante puede utilizarse $\alpha = \frac{2\varphi + 1}{\ln 2 + 1}$. El lector puede comprobarlas con la ayuda de una calculadora científica, que puede ser la que trae su ordenador.

Observación.- Dentro de la dinámica del caos podemos encontrar ejemplos aparentemente contradictorios. Sin entrar en pormenorizaciones, recordemos la sensibilidad a las condiciones iniciales que podía dar lugar a un efecto mariposa. Sin embargo, si sobre la corriente tumultuosa de un río arrojamamos una piedra no es probable que cambie el flujo del agua ni que se altere el curso del río. Más bien parecerá que todo sigue igual, como si no hubiera pasado nada. Esta conclusión es meramente aparente.

En efecto, la complejidad de fenómenos físicos a que da lugar la cualidad de “río tumultuoso” puede hasta cierto punto “garantizar” que después de haber apedreado el río no cambia el aspecto de su corriente que ciertamente hemos supuesto caótica. Esta es una característica de los fenómenos complejos, que recordaremos posteriormente cuando hablemos de sistemas complejos en biología y en medicina: células, vegetales, el mismo cuerpo humano, etc. Parece como si el caos, previamente instaurado, nos facilitase una normalidad permanente debido a la espontánea reparación de distintos tipos de perturbaciones e incluso de patologías.

Volveremos sobre este aspecto cuando tratemos del latido cardíaco entre otros temas. Sin embargo debemos insistir en que esta *restitutio ad ordinem* en no pocas ocasiones es más aparente que real. Sin ir más lejos, en el caso del curso del río, el arrastre de partículas sólidas y de cuerpos de tamaños superiores puede modificar su cauce. No de otra manera acaban formándose los galachos, meandros, mejanas e incluso deltas como el del Ebro, según nos dicen los geólogos. El arrastre de sustancias en disolución ha dado lugar a la salinidad de los mares, y así podríamos multiplicar los ejemplos.

Nota útil.- De los numerosos artículos de divulgación científica sobre el caos que existen en internet, uno de los que recomendamos es el de *Madrid Casado, Carlos M*, de la Universidad Complutense de Madrid, titulado “*Historia de la Teoría del Caos contada para escépticos*”³².

EL CAOS Y LA MEDICINA

A la hora de plantearse la cuestión de yuxtaponer las ideas que hemos considerado en la primera parte de nuestro trabajo, o sea la relación que actualmente pueda haber entre el caos y la medicina, hemos de poner sobre la mesa una característica sobre el tema del caos en la que se muestran de acuerdo unánime todas las personalidades consultadas: este tipo de estudios es abiertamente **multidisciplinar**. Esto significa que no es terreno exclusivamente reservado a médicos ni a físicos o matemáticos.

Otro aspecto en el que también encontramos unanimidad es el considerar al cuerpo humano como un sistema dinámico, complejo y complicado.

Dinámico porque nos referimos al organismo vivo, en continua evolución, que puede pasar de la salud a la enfermedad y viceversa. **Complejo** por lo abigarrado de su estructura y por supuesto de su funcionamiento, con su conjunto de órganos, aparatos y sistemas, unidos en un todo indisoluble si bien cada parte mantiene su propio y específico funcionamiento en favor del individuo del que forman parte. **Complicado** por sus niveles: molecular, celular, micro y macro sub-sistemas en su doble vertiente anatómica y fisiológica.

En todo este multifactorial conjunto existe una dinámica que no da lugar a situaciones de reposo, como mucho de precario equilibrio. El comportamiento de esta dinámica es raras veces de carácter lineal, siendo no lineal la mayoría de las ocasiones. Este hecho nos aboca de forma irremisible a un comportamiento caótico, tanto en salud como en enfermedad, si bien el sentir de los expertos se inclina más a considerar caótico el comportamiento del organismo en situación de salud y menos caótico en ambiente de patología. (Fariñas et al²⁰).

Hay que hacer notar que, deliberadamente, estamos hablando de situaciones, de estados transitorios. La vida, de forma inexorable nos conduce a la entropía como etapa final de la evolución disipativa. Este camino cuenta con dos formidables argumentos: la existencia de un atractor extraño e irreversible, y la situación de muerte corporal también considerada como estado absorbente en la teoría de los procesos estocásticos en tiempo discreto y de las cadenas de Markov. De esta forma se unen la aleatoriedad y la evolución hacia el caos.

Este último aspecto señala otra característica común a los fenómenos caóticos y a los procesos estocásticos, tanto si se consideran como discretos en tiempos distintos de su estado de fases, como si gozan de la cualidad de ser continuos. En el primero de estos casos serán las llamadas **ecuaciones en diferencias** las que formarán los modelos matemáticos que hayamos de utilizar; en el segundo nuestra herramienta serán los diversos tipos existentes de **ecuaciones diferenciales**. En ambos casos la impredecibilidad acompañará a las conjeturas de futuro que nos atrevamos a elaborar, y esto aun partiendo para nuestras predicciones de fórmulas determinísticas.

Se comprende mejor, a la luz de estas ideas, lo que anteriormente hemos anotado a propósito del caos determinístico y del caos estocástico. Los errores del pronóstico son compatibles con ambos así como lo son con el ejercicio de la medicina.

Finalmente, para terminar esta especie de introducción-recordatorio a esta segunda parte, convendrá repasar el papel que históricamente han jugado los matemáticos y los médicos; los primeros unidos con frecuencia a los físicos, y los segundos bajo el ejercicio de sus muchas especializaciones. La filosofía ha jugado y juega un papel importante.

Veamos. En el último tercio del siglo XX han desarrollado los matemáticos la casi totalidad de conocimientos que hoy tenemos sobre las dinámicas caóticas, y por supuesto han elaborado sus fundamentos. No hay más que ver la obra elemental “Iniciación al caos”, de Martín, Morán y Reyes³⁴, que conoció una primera edición en 1998 y apenas se ha visto modificada en su reimpresión de 2014. No ha sido así con los profesionales de las ciencias de la salud, terreno en cual ha ido bastante más lento su desarrollo, tal vez con la excepción de la genética seguida de la oncología, si bien en estas disciplinas nos encontramos en estos momentos en plena etapa de evolución, siendo difícil presentar conclusiones ahora. Buena muestra de lo que afirmamos ha sido el relativamente reciente Encuentro Multidisciplinar sobre el Caos, celebrado en Madrid en 2010 y organizado por sus Universidades bajo la dirección de la Complutense y del que destacamos las aportaciones de Antoranz⁰⁵, Fariñas²¹, Fernández Sanjuan²², Muñiz Gutiérrez³⁹ y Varela⁵¹. Vayamos por partes, comentando los aspectos más sobresalientes de estas cuestiones.

¿Es la sangre una estructura fractal ?

A simple vista parece ser que no lo es. Sin embargo, unas reflexiones sobre esta pregunta contribuirán a precisar más el concepto de fractal, muy conveniente antes de entrar en consideraciones sobre estructuras del cuerpo humano que no suscitan dudas a este respecto.

Hemos señalado en algunas ocasiones a lo largo de este trabajo las principales características de los fractales, así como las forzosas limitaciones de los fractales en la naturaleza vegetal y en la animal, por tanto también en el hombre. Un poco más arriba nos hemos referido a los Encuentros Interdisciplinarios, organizados en Madrid en 2010, en uno de los cuales Fernando Fariñas señala taxativamente como cualidades de los fractales las siguientes: 1) Autosemejanza a cualquier escala, 2) Dimensión fractal, y 3) Formación por iteración. Ninguna de éstas son propias de la sangre circulante.

Por otra parte comparte con los fractales otras peculiaridades. Como es la de los eritrocitos, los cuales presentan junto a un mínimo volumen una considerable superficie para facilitar el intercambio de oxígeno y carbónico a través de las membranas celulares. Los hematíes es sabido que tienen forma de lente bicóncava, de unas 7.5 μ de diámetro y de un espesor medio de alrededor de 0.613 μ , lo cual permite calcular su área total con facilidad asemejándolas a una estructura toroidal con ambos radios, R y r, iguales, con lo que su superficie globular total es aproximadamente 142 μ^2 en promedio, y su volumen corpuscular de $87 \pm 5 \mu^3$. Debidamente manejados estos datos, se estima que la superficie total de los eritrocitos es de unos 3400 m^2 , esto es la de aproximadamente la mitad de un campo reglamentario de fútbol de primera categoría.

En los órganos hematopoyéticos sería más defendible la estructura fractal de sus células generadoras, pero ése es otro tema. En resumen, la sangre no puede considerarse un fractal aunque asuma sus mecanismos funcionales. Por contraste, el aparato circulatorio, con sus sistemas arteriales y venosos (recordemos la circulación pulmonar) ostenta plenamente su condición fractal e incluso el corazón, como tendremos ocasión de comentar, late a un ritmo caótico estimulado por una red neuronal también fractal.

El árbol bronquial

Las vías respiratorias constituyen una clara estructura fractal, sin más limitaciones que las que impone la naturaleza. Su dimensión parece ser un poco superior a la del espacio euclídeo donde se desenvuelve, es decir ligeramente mayor de dos, en lo que no constituye una excepción ya que comparte esta propiedad con los fractales de los organismos vivos. Hay que tener en cuenta que aquí el elemento que origina el fractal no es una línea unidimensional como ocurre en los fractales desarrollados sobre un plano o sobre una variedad bidimensional, sino una superficie desarrollada en un espacio tridimensional.

Otra peculiaridad es que se relaciona en los pulmones el fractal respiratorio nada menos que con dos fractales circulatorios: las últimas ramificaciones de la arteria pulmonar, portadoras de sangre venosa, y los microscópicos orígenes de las venas pulmonares, portadoras de sangre ya arterializada. Todo esto por no añadir las terminaciones del sistema nervioso vegetativo que también poseen estructura fractal.

Pese a lo dicho, no hemos visto apenas en la literatura científica otras referencias que no sean las universalmente conocidas, esto es que la superficie total de los alvéolos pulmonares de una persona adulta equivalen aproximadamente a unos 230 metros cuadrados, o sea un tamaño similar al de una pista de tenis, mucho menor que la superficie total de la masa eritrocitaria de la misma persona, lo que no es obstáculo para que se efectúen a ese mismo nivel los intercambios gaseosos entre unos y otros propios de la respiración pulmonar. Su dimensión fractal se estima en el ser humano adulto alrededor de 2.58

Al igual que sucede con todas las “superficies ampliadas” del organismo, el área alveolar es utilizada en un doble sentido tanto con fines diagnósticos como con intenciones terapéuticas. La famosa y tristemente célebre etilometría practicada sobre el aire espirado, traduce fielmente, aunque por vía de la correlación, la concentración del alcohol en la sangre. De manera similar hoy día está generalizado el uso de aerosoles con finalidades diagnósticas o terapéuticas.

La patología pulmonar participa con frecuencia de la condición fractal de las terminaciones de las vías respiratorias y de su estrecha relación con los

capilares de las distintas estructuras del aparato circulatorio. Citemos, tan sólo por vía de ejemplo, la enfermedad pulmonar obstructiva crónica, EPOC, y ciertos tipos de metástasis tumorales en el tejido pulmonar, con su neovascularización incluida.

No cerraremos este apartado sin mencionar la utilidad de la fractalidad en la exploración funcional respiratoria que, aparte de contar en la actualidad con sofisticadas técnicas, ha dado lugar a un importante capítulo de la biomatemática en el que se mezclan diversos tipos de cinéticas con cuestiones de álgebra lineal y de soluciones basadas en conocidas propiedades matriciales de las cónicas y, que entre nuestros colaboradores, han dado lugar a dos tesis doctorales completas y han marcado su impronta en varias publicaciones de nuestro Equipo, algunas de ellas en el ámbito internacional.

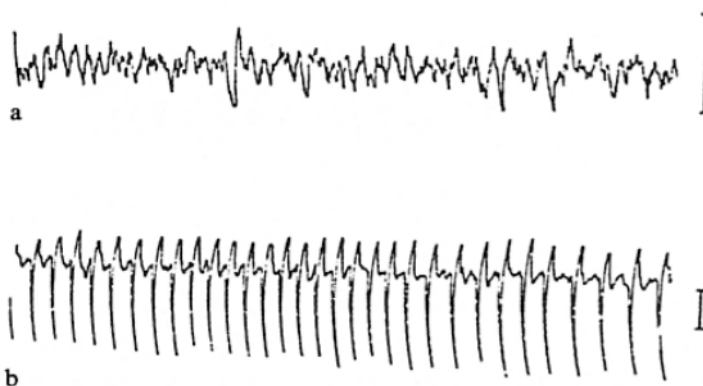
El sistema nervioso

La mayor parte de las investigaciones que relacionan el caos con el sistema nervioso se han efectuado sobre el estudio del electroencefalograma bajo la perspectiva de los sistemas dinámicos. Los temas del lenguaje se relacionan fácilmente con el estado del cerebro, así como algunas cuestiones de la psiquiatría e incluso de la conducta. Desgraciadamente, no han llegado estos esfuerzos a alcanzar un rango científico consolidado, al menos a nuestro juicio.

Forzoso es, al enfrentarnos con el conocimiento de las corrientes bioeléctricas que intervienen en el desarrollo de muchos de los fenómenos asociados a la actividad del sistema nervioso, referirnos a los todavía recientes estudios de Hodgkin (Alan Lloyd, 1914-1998) y de Huxley (Andrew Fielding, 1917-2012), quienes poco después de la segunda Guerra Mundial, en 1952, dieron a conocer sus métodos biomatemáticos sobre los fenómenos de los movimientos iónicos de despolarización y de repolarización sobre los axones gigantes del calamar atlántico (*Loligo pealeii* y *Loligo forbesi*), trabajos sobre el potencial de acción y la transmisión de la corriente nerviosa que les valió a sus autores el Premio Nobel de 1963. Hay un estudio reciente a cargo de Hadelér²⁸ (1982) y otro muy notable de los argentinos Lamberti y Rodríguez³¹.

La práctica totalidad de los autores coinciden en señalar un hecho importante: el electroencefalograma de personas normales muestra un trazado claramente caótico. Dicho de otra manera, en la serie temporal que supone su trazado no hay ritmo preciso en las ondas alfa y beta. No olvidemos que el EEG, al igual que el electrocardiograma, es el registro escalar del voltaje en el curso del tiempo. En este voltaje siempre aparecen, especialmente en condiciones de normalidad, pequeñas y rápidas ondas que durante cierto tiempo se consideraban lo que se suele llamar *ruido*, en el sentido de artefactos, y que no son otra cosa que potenciales alfa de acción de las neuronas encefálicas.

La frecuencia y tamaño de estas ondas experimenta variaciones importantes en las situaciones de reposo y durante las diferentes fases del sueño. También se aminoran considerablemente durante el curso de la anestesia general. Pero es en los ataques epilépticos cuando ofrecen ritmos aberrantes característicos pero con frecuencias de ritmo mantenido, o sea que dejan de ofrecer el aspecto caótico que caracteriza las situaciones de normalidad. Otra cosa son las ondas delta o las zeta que aparecen en circunstancia de daño encefálico, como son los tumores endocraneales y alteraciones vasculares.



Caos en el EEG normal, **a**, pero no en un trazado de epilepsia, **b**

En la figura podemos claramente observar las diferencias morfológicas del trazado electroencefalográfico entre una situación de normalidad, de salud, y una de enfermedad, la crisis de epilepsia en este caso. Las ondas que se muestran en la primera, ondas alfa al parecer y algunas beta, se presentan en secuencia temporal como potenciales de acción y podemos afirmar que no hay ningún par de ellas iguales, esto es, representan una serie temporal caótica. En cambio, el estricto parecido que mantienen entre sí las ondas características de la epilepsia podría significar una “aparente normalidad”, cosa que sabemos que no es así sino precisamente todo lo contrario.

El polimorfismo que se hace patente en la normalidad nos recuerda el ejemplo que hemos comentado anteriormente de la corriente tumultuosa de un riachuelo de montaña: una piedra arrojada en sus aguas no supone prácticamente ningún cambio aparente. Los fisiólogos interpretan esta “tumultuosidad” del EEG como signo de la capacidad de adaptación, capacidad que no posee el organismo enfermo aunque su trazado EEG presente una regularidad nada caótica en apariencia. Es inevitable en este lugar una consideración filosófica: si del caos surgió la vida, el mismo caos protege la vida. ¿Es el caos *el padre de la vida*?

El lenguaje humano

No hemos nombrado inútilmente a la filosofía. En este apartado y en el siguiente, ambos muy relacionados con la funcionalidad neurológica, va a tener esta disciplina un papel importante justificando la multidisciplinariedad de los estudios de los fenómenos propios del caos. Verdad es que, como manifestábamos al principio de nuestra exposición, no nos desenvolvemos bien en este terreno al que no negamos valor ni mucho menos, pero nuestros comentarios habrán de ser necesariamente más sintéticos y resumidos.

Lo primero que nos llama la atención cuando hablamos de lenguaje humano son las palabras del mismo libro del Génesis cuyo segundo versículo invocábamos para remontarnos al uso de la palabra *caos*. Ahora es el episodio de la torre de Babel que en los libros sagrados nos relata la confusión de lenguas (**Gn, 11**, 5-9). Dejando aparte la interpretación de estos versículos, está claro que la acción del caos es manifiesta en la multitud de idiomas y dialectos que se manejan hoy día en nuestro planeta y que en gran parte son diferentes de los que se han manejado y de los que probablemente se han de utilizar en el futuro.

Limitándonos al nivel individual, el lenguaje no se presenta sencillo. Por de pronto existen varias formas del mismo: oral, escrita, simbólica, jeroglífica, etc. El lenguaje oral inicia su período de aprendizaje en la primera infancia y prosigue toda la vida. Poco después comienza la época de asimilación del lenguaje escrito en una amplia gama de aspectos: lectura, escritura manual, escritura mediante teclados, y un largo etcétera. Añadamos el aprendizaje de las reglas de ortografía propias de cada sociedad, de las correspondientes gramáticas, de las a veces complicadas sintaxis, y de tantas otras cosas en las que ni siquiera podemos intentar ocuparnos ahora.

Pero no son éstas las consideraciones que hacen quienes relacionan el lenguaje con el caos. Ante todo, tal vez con cierto grado de audacia, afirman que el desarrollo del lenguaje en cada persona sigue una dinámica *que NO es lineal*. La demostración de este aserto se intenta efectuar por vía filosófica, es decir mediante raciocinios, comparaciones, analogías e incluso argumentos *al absurdo*. En la literatura de este siglo XXI cabe citar a N. Bondarenko⁰⁹, y en la de finales del siglo XX a J.A. Magariños³³, dentro de las muy copiosas publicaciones sobre este tipo de temas. Incluso han llegado a volverse a poner de actualidad los trabajos del matemático noruego Thue (Axel, 1863-1922), autor entre otras cosas de lo que se denominó *álgebra de Thue* que ha servido para desarrollar algunos algoritmos de programación informática en relación con la transcripción del lenguaje.

No estamos en contra de considerar caótica la evolución de las lenguas que se manejan en el mundo actual, pero creemos que esta cuestión rebasa

con mucho las competencias de matemáticos y médicos. Las ciencias del lenguaje constituyen hoy departamentos en muchas universidades e incluso carreras universitarias dedicadas a este tipo de estudios. Un panorama inmenso que excede totalmente de los propósitos y de las posibilidades de este trabajo.

En relación con el binomio caos-lenguaje podemos mostrar algunas de las muchas sugerencias formuladas a este respecto. Las dislexias y otros trastornos de la expresión, las afasias de muy variados tipos, algunos accidentes vasculares encefálicos, ciertas patologías psiquiátricas ... El autor tuvo ocasión de asistir a finales de la década de los 50 y primeros de la de los 60 a la consulta pública especializada en este tipo de dolencias del Profesor L'Hermite, en el Hospital de la Salpêtrière de París, y puede dar fe de la complejidad y dificultades que presenta esta materia. Entonces no se hablaba de fenómenos caóticos, al menos allí.

Ignoro si se ha planificado algún estudio que establezca relaciones científicas, sobre todo de *base conceptual matemática entre caos y lenguaje*, como se ha hecho con el electroencefalograma e incluso con el electrocardiograma. En las publicaciones consultadas se hallan bastantes referencias a este tema, pero ningún estudio con un mínimo de rigor científico. Es muy posible que las haya, no lo podemos negar. Tampoco se puede negar que la complejidad de estos conceptos, la no linealidad de los procesos e incluso una discutible "fractalidad" de los diversos tipos y formas de lenguaje, muestran facetas que se aproximan de forma llamativa a las manifestaciones del hecho caótico en esta privilegiada prerrogativa del ser humano.

Con lo dicho, y para intentar ser justos, tampoco podemos negar notables estudios científicos de varios grupos de trabajo sobre el lenguaje humano, sobre todo el verbal, conocido con las siglas CVH (comunicación verbal humana). La complejidad de su expresión y de su aprendizaje, la evidente dinámica difícilmente reductible a lineal y la multiplicidad de sus factores influyentes y condicionantes que bien se pueden relacionar con la geometría fractal justifican investigaciones en este sentido. La polisemia (distintos significados de una palabra) y la sinonimia (el mismo significado en distintas palabras) contribuyen a proporcionar una cierta estructura espacial al lenguaje humano que no tiene parangón con la comunicación entre seres irracionales.

También es justo reconocer la sistematización y redefinición de estos estudios en las postrimerías de siglo XIX y principios del siglo XX por la escuela creada por el suizo Seaussure, Ferdinand. 1857-1913) de donde arrancan muchos de los trabajos actuales. También se han desarrollado más recientemente varios modelos que permiten aproximarse al concepto del caos en el lenguaje, y donde se pone en relieve La dualidad "emisor-receptor" en la comunicación humana así como la impredecibilidad no solo de las formas de expresión

personales sino de la interpretación por parte de los receptores, cualidad ésta ciertamente muy propia del caos determinista.

Un trabajo reciente, de este siglo, debido a Alfonso Zamorano Aguilar⁵² de la Universidad de Córdoba (España) marca unas tendencias sobre este tema que juzgamos realmente de interés científico, medicina incluida.

La conducta personal y social

Si la equiparación con el caos presenta dificultades cuando se trata del lenguaje humano, no menos arduo es el intento de parangonarlo con la conducta de las personas, tanto individual como colectiva. No iría mal considerar previamente conductas sociales en los animales en general y en los insectos en particular, cual es el caso de las abejas y de las hormigas. Sin embargo esto nos apartaría de nuestro propósito de comentar las relaciones de los fenómenos caóticos con algunos aspectos de la medicina.

Entre los autores que se han ocupado recientemente de este punto, uno moderadamente asequible a nuestro nivel ha sido el argentino Pablo Cazau¹⁴. En nuestro país, Bornas, X, y Noguera, M.¹⁰, han tratado recientemente el tema. Siempre hemos de insistir en que en todo caso se trata de aproximaciones y comparaciones, en general acertadas y aceptables, pero no de una doctrina formal basada en los fundamentos matemáticos del caos; faltan casi siempre las ecuaciones (en diferencias y diferenciales), no se presentan atractores extraños ni se mencionan verdaderas estructuras fractales. En modo alguno pretendemos, con estas observaciones, juzgar a los autores (los mencionados y otros) ni mucho menos restar mérito a sus útiles trabajos en los campos de la psicología y de la psiquiatría.

Los estudios e investigaciones realizados sobre la conducta o el comportamiento de las personas tienen al menos una doble finalidad: el conocimiento de su proceso de formación y las posibles acciones terapéuticas que sobre ella se puedan realizar, no solo en ausencia de enfermedades mentales sino también en los casos de psicopatías. Aquí adquieren especial importancia técnicas como el psicoanálisis y los denominados tratamientos de choque.

Todos los autores consultados se muestran de acuerdo en señalar la complejidad en grado sumo en el proceso de la formación del comportamiento de las personas, y esto en una gama de aspectos como son las relaciones persona-ambiente, persona-personas, persona sociedad, persona consigo misma, situaciones de disconformidad, discrepancias de pensamiento y en consecuencia de actuación, y una larga relación de conocimientos y de actitudes. Por todo ello la conducta tiene mucho de impredecible, en gran parte debido a su extraordinaria complejidad, complejidad en la que participa el proceso

de varios años de su desarrollo, lo cual justifica introducir estos estudios en el contexto de lo caótico.

En este punto es ineludible recordar los trabajos del suizo Piaget⁴³ (Jean, 1896-1980), uno de nuestros contemporáneos que más han contribuido al conocimiento del desarrollo y del aprendizaje, citado en todas las escuelas de didáctica y en muchas obras de pedagogía por su profundidad en el campo de la epistemología o ciencia del conocimiento humano. Para él la formación de la personalidad y el proceso de aprendizaje en sus múltiples aspectos se desarrolla en etapas muy concretas de nuestra vida, existiendo cierto paralelismo (aunque no correlación estricta) entre el desarrollo corporal y la capacidad de adquirir conocimientos.

Piaget distingue cuatro etapas por las que pasan todas las personas. 1) Sensorio-motora, que abarca desde el nacimiento hasta aproximadamente los dos años de edad. 2) Preoperacional, desde los dos a los siete años. 3) De las operaciones concretas, que va desde el final de la anterior hasta los doce años más o menos. 4) De las operaciones formales, que prosigue a lo largo de toda la vida. La descripción pormenorizada de estas etapas se encuentra en la mayoría de los tratados de didáctica e incluso en las redes sociales.

Otro aspecto de gran interés en el proceso de formación de la personalidad, y del comportamiento humano por consiguiente, es el de la influencia del ambiente en el que cada uno se desarrolla, y por ambiente entendemos la totalidad de las circunstancias con las que se enfrenta el ser humano. Ante tan abigarrado conjunto de singladuras la persona responde con tipos dispares de reacciones, desde una compleja red de mecanismos de adaptación hasta el des-entrevimiento de acciones-respuesta. No cuesta mucho esfuerzo comprender lo complicado del comportamiento, impredecible en no pocas ocasiones. Todo esto constituye semejanzas con situaciones caóticas sin duda de ningún género.

La adaptación, y ya lo hemos señalado no hace mucho, es necesaria para la supervivencia e incluso para el bienestar de los seres vivos. En las condiciones de los sistemas dinámicos no lineales este tipo de reacción encuentra terreno abonado sobre las estructuras caóticas. Así lo confirmaron en el terreno de la conducta, ya en la última década del pasado siglo, Francis²³ (1995), Freeman²⁴ (1995) y Bütz¹² (1997). En este razonamiento se apoyan quienes defienden el papel del caos en el mantenimiento de las funciones vitales. El fracaso sería la debilidad que favorece la enfermedad tanto física como mental.

Estos procesos, que también son llamados *de auto organización*, están presentes en los mecanismos caóticos de muchas disciplinas: astronomía, física, reacciones químicas, y por supuesto en medicina en casi todas sus vertientes. Esta autoorganización echa mano de mecanismos de retroalimentación positivos y negativos. Los positivos, que a veces se manifiestan como procesos

iterados, tienden a colocar al sistema sobre el que actúan en nuevos estados de fases, mientras que los negativos propician una regresión a la situación primitiva. En términos de política vital diríamos que la retroalimentación positiva es *progresista*, mientras que la negativa es *conservadora*.

El biomatemático Murray⁴⁰ (James Dickinson. (1931-) en su antológico tratado “Mathematical Biology”, ya se ocupa en dicha obra de los mecanismos de retroalimentación en muy variadas condiciones biológicas, médicas e incluso en tipos oscilatorios de reacciones químicas, como la famosa de Belousov y Zhabotinsky, ejemplo clásico en la teoría del caos, en la que tarda a producirse el equilibrio entre reactivos y productos. Intervienen en ella el bromato y bromuro potásico, el sulfato de cerio y los ácidos malónico y cítrico, además de sales ferrosas, mediante fenómenos de oxidación y reducción alternativas. Después se han comprobado reacciones parecidas con otros compuestos.

La extensión del caos a las reacciones químicas o bioquímicas es más frecuente de lo que podría parecer. En breve tendremos ocasión de examinar ejemplos parecidos en algunas de las rutas metabólicas tradicionales del organismo e incluso en el funcionalismo de algunas de las glándulas endocrinas.

Finalmente, una de las situaciones patológicas de la conducta conocida como “trastorno obsesivo compulsivo”, conocido por sus siglas TOC, ha merecido especial atención de los especialistas por su relación con los fenómenos caóticos, puesta de manifiesto por Freeman y sus colaboradores²⁵.

EL CAOS EN BIOLOGÍA

Si bien no suele haber una auténtica identidad, hay algunos aspectos de la biología que tienen relación con la medicina y también con los fenómenos caóticos, por lo que merece la pena realizar un muy breve comentario sobre ellos. En síntesis nos referiremos muy someramente a algunos sistemas enzimáticos, a determinados sistemas excitables, a ciertas redes catalíticas, a la dinámica de poblaciones y ecosistemas, así como a la propagación de epidemias muy concretas.

Sistema metabólicos.- Un estudio general sobre el caos en sistemas biológicos, con referencia también a los sistemas metabólicos, es el realizado por el equipo de Torres, N.V.⁵⁰. Si bien hacen referencia a una dinámica caótica en procesos enzimáticos, centran sus estudios en la glicolisis o utilización metabólica de a glucosa, proponiendo un sistema de ecuaciones diferenciales muy útiles para un mejor conocimiento de la diabetes mellitus y de desarrollo caótico en varias de sus fases. No es la glicolisis la única ruta metabólica donde se han comprobado fenómenos de este tipo, ya que la mayoría de las enzimas

que intervienen en los procesos degradativos presentan ese mismo tipo de comportamiento.

Sistemas enzimáticos.- El mecanismo de acción de muchas enzimas constituye un sistema dinámico no lineal con varias variables, siendo por lo tanto terreno abonado para la presentación de condiciones de caos. Antes de darse la voz de alerta ya se habían notado varios tipos de “desorganización” en reacciones enzimáticas, pero en la actualidad no es nada raro encontrar artículos en este sentido en las revistas científicas. Evidentemente algunos de estos artículos afectan a temas médicos de fisiopatología.

Uno de los primeros avances a este tema, publicado por Federico Morán y Goldbeter³⁸, se refiere al sistema de óxido-reducción de la nicotinamida adenosin nucleótido, con su forma “oxi” NAD⁺ y su forma “red” NADH. Se detectaron irregularidades imprevistas en la reducción de moléculas de O₂ en el agua actuando la NADH como donador de electrones.

Otro ejemplo, relativamente frecuente, son las oscilaciones presentes con cierta frecuencia en la vía glicolítica con presencia de la NADH y observación de alternancias caóticas observadas sobre extractos de levadura de cerveza. Incluso se han descrito los atractores extraños en este caso, incluyendo una medida la “caoticidad” de los mismos como el exponente de Lyapunow citado por Pisnukov⁴⁴.

Sistemas excitables.- Ya nos hemos referido anteriormente al proceso de excitación de los axones gigantes de las neuronas motoras de ciertos tipos de calamares, que dieron lugar al modelo de Hodgkin y Huxley de tanta repercusión en fisiología humana y en fisiopatologías del sistema nervioso. Aunque no afectan directamente a la medicina humana, estos fenómenos y sus manifestaciones caóticas son frecuentes en organismos unicelulares y en invertebrados, si bien por medio de mecanismos diferentes en los primeros.

Otro ejemplo lo constituyen las células *beta* del páncreas, que presentan actividad eléctrica cuando son expuestas a la acción de agentes secretores de insulina, como sucede con la glucosa, actividad bien descrita por Chay¹⁵ primeramente y después confirmada por Rinzel⁴⁵, quienes propusieron un modelo basado en las ecuaciones de Hodgkin y Huxley, donde se obtenían comportamientos dinámicos complejos, caos incluido.

Dinámica de poblaciones.- En muchos casos de reproducción de poblaciones de insectos y también de ciertos tipos de parásitos se sigue la fórmula logística que hemos representado y comentado en el apartado dedicado a “Fundamentos matemáticos del caos”. En ella se puede comprobar fácilmente que, según los valores de la constante μ que entra en el segundo miembro de la fórmula podemos obtener una situación verdaderamente caótica. En algunos modelos derivados del de Lotka-Volterra, descritos por Zhu y Yin⁵³,

se obtienen también situaciones caóticas, citándose como ejemplo el modelo constituido por dos presas y un predador. Uno de los mejor estudiados es el de la población de lince del Canadá, donde Schaffer⁴⁷ ha demostrado que, además de fluctuaciones estocásticas, existe una dinámica aperiódica intrínseca debida a la presencia de caos determinístico en el sistema dinámico y ecológico reproductivo.

Fenómenos caóticos en epidemiología.- Schaffer y Kot⁴⁶ han publicado un estudio de la incidencia anual de ciertas enfermedades víricas infantiles en varias ciudades, mostrando los registros de incidencia de rubeola, varicela y sarampión en poblaciones norteamericanas. En dicho estudio la rubeola presenta un comportamiento periódico, sin más alteraciones que las propias del “ruido”, que hacen razonablemente previsibles las epidemias de esta enfermedad.

La varicela presenta fluctuaciones aperiódicas junto a supuestos estados estacionarios. El sarampión, por el contrario, presenta un comportamiento caótico, independientemente de la época del año y de la ciudad donde se estudie su incidencia, pero permiten cierta predictibilidad a corto plazo, el suficiente para instituir campañas de vacunación. Olsen y Degn⁴⁶ también han constatado caos en la aparición de las epidemias de parotiditis.

Llama la atención que fenómenos de este tipo “desorganizado” se refieren en los dos capítulos que J.D. Murray dedica en su “Mathematical Biology” al estudio actual e histórico de las epidemias que han asolado a la humanidad en diferentes épocas y circunstancias. Sin embargo, no hemos visto en estos capítulos la palabra “chaos”, pese a que el texto de que disponemos ha sido redactado en 2004. (También es posible que este detalle se nos haya pasado desapercibido).

Resistencias bacterianas.- Un tema que va alcanzando cada vez una importancia mayor es la característica que poseen muchas bacterias y otros microorganismos de presentar resistencia a los medicamentos antibióticos y similares. El desarrollo de estas resistencias tiene mucho que ver con la rápida evolución genética de las bacterias, cuyas mutaciones y adquisición génica de capacidad antifármacos son en muchos casos prodigiosamente veloces debido a la celeridad de sus procesos reproductivos.

Precisamente, como ya hemos indicado anteriormente y volveremos a comentar más tarde, esta capacidad de adaptación a las circunstancias adversas, que no deja de tener cualidades caóticas, es vital para la supervivencia de los seres vivos, adaptación en este caso de los gérmenes patógenos, lo cual tiene la contrapartida de ser desfavorable para los seres humanos (e incluso animales) que han de padecer enfermedades infecciosas. Es éste un problema que preocupa a nivel mundial a los responsables de la sanidad.

Entre nosotros, esta cuestión ha sido estudiada por Castillo García, F.J.¹³, cuyo reciente discurso de ingreso en la Real Academia de Medicina de Zaragoza trató precisamente de este tema, ciertamente de problemática solución en la actualidad puesto que pone en peligro nada menos que la que se ha dado en designar como la *era antibiótica*, uno de los más espectaculares avances de la medicina desde mediados del siglo XX.

Caos en las redes catalíticas.- Aunque este tema no afecta directamente a la medicina, diremos que en las redes catalíticas se dan dos tipos contrapuestos de procesos dinámicos: por un lado los *competitivos*, que tratan de eliminar elementos producidos por las secuencias que se han estado autorreplcando hasta el punto de dejar únicamente uno de ellos, y por otro los *cooperativos*, que favorecen la propia autorreplcación. No tiene que extrañarnos que, dada la cantidad de variables que intervienen en este tipo de procesos, es relativamente fácil que aboquen en el caos tal vez con demasiada frecuencia, especialmente cuando entran en juego moléculas autorreplcativas.

CAOS EN CARDIOLOGÍA

Uno de los procedimientos más utilizados en la exploración médica del corazón es la electrocardiografía, de todos conocida. No ha sido ni es una técnica reservada solamente a cardiólogos sino que ha sido profusamente empleada en varias especialidades médicas. Sin embargo, la consideración del electrocardiograma, ECG, como una construcción caótica es relativamente reciente, sobre todo cuando tratamos del ECG normal.

Ha sido y sigue siendo práctica usual realizar trazados en varias derivaciones, doce habitualmente, atendiendo a la brevedad y “economía” del trazado. Las denominadas “tiras largas” han estado reservadas para casos de arritmias del tipo de los bloqueos aurículo-ventriculares, las fibrilaciones auriculares y algunas otras alteraciones del ritmo cardíaco. Se ha dado especial importancia a la morfología del trazado de forma que se podía presentar un ECG en una superficie de papel o medio equivalente relativamente pequeña.

Sabemos que el ECG es el registro de una magnitud escalar, voltajes, a lo largo del tiempo, a diferencia del casi ya decaído vectocardiograma que nos presenta una imagen vectorial en un espacio bi o tridimensional. El ECG, por consiguiente es en realidad una serie temporal, cuya amplitud cronográfica es variable según las circunstancias. No deja de llamar la atención el hecho de que hemos conocido años de práctica de monitorizaciones prolongadas sin que se nos haya ocurrido pensar que las series temporales, especialmente las prolongadas, son ideales para el conocimiento de la presencia de fenómenos caóticos en los sistemas.

La conclusión actual parece sorprendente: ***el latido cardíaco de personas normales no es rítmico***. Ciertamente que, como hemos dicho antes, existen patologías que cursan con latidos arrítmicos a los que en no pocas ocasiones se suman trastornos morfológicos de las diversas ondas del ECG. Es más, se pretende que el ritmo caótico del corazón es signo de salud y de normal funcionamiento de este órgano. Incluso se especula con el ritmo regular de los latidos en situaciones patológicas gravísimas cual es el caso de la fibrilación ventricular.

Desde luego hay hechos que no se pueden negar. Por de pronto el corazón, incluyendo su sistema de excito-conducción reúne todas las características de lo que repetidas veces hemos denominado ***sistemas dinámicos complejos y no lineales***. ¿Qué de particular puede tener el hecho de que en condiciones de normalidad el corazón presente un ritmo de naturaleza caótica? En esto sería comparable, como también hemos apuntado, al riachuelo de montaña de aguas tumultuosas al que una piedra que se arroje no turba su curso.

Ciertamente que hay circunstancias dentro de la normalidad de los sistemas fisiológicos que provocan alteraciones del ritmo: las taquicardias de la emoción o del ejercicio físico, las bradicardias de las digestiones de comidas copiosas y del mismo sueño profundo, y otras muchas que resulta ocioso mencionar. Es más, ¿son siempre patológicos los extrasístoles aislados? ¿se considera peligrosa la ingestión de una taza de café? Los trastornos del ritmo que producen todas estas causas son “absorbidos” por la corriente caótica del corazón (valga la expresión) recuperándose prontamente los ritmos “normales”.

Si nos entretenemos en examinar despacio una tira lo suficientemente larga de un ECG de una persona normal, tomando medidas lo más exactas posible del tiempo transcurrido entre cada dos latidos consecutivos del corazón, aparte de las mini-alteraciones morfológicas de sus ondas, no tardaremos en acusar variaciones en tales medidas. Es más, podemos medir los tiempos totales entre tres latidos, cinco, etc, y es fácil ver que las diferencias de tiempo se hacen más manifiestas, pero ¡ajo!, en otros casos se acercan a la isocronía. Todo esto son fenómenos muy característicos de la caoticidad del ritmo cardíaco.

Pasemos ahora de forma breve a consultar las opiniones de algunos autores. Un resumen divulgativo, muy del estilo de este trabajo, es el realizado en fecha reciente (2012) por Manuel Martínez-Lavín³⁵ del Instituto Nacional de Cardiología de México. También tienen interés los trabajos de León Glass²⁶ sobre ritmos vitales.

En él expone el contraste filosófico de las dos actuales concepciones de las ciencias. Hasta el presente ha primado la lineal y reduccionista, pero en un futuro próximo se abre camino la de los sistemas dinámicos y la complejidad, siendo esta última la que cuenta con el caos. Aquí la palabra *lineal* tiene cierto sentido matemático, ya que supone los efectos (los patológicos entre otros)

proporcionales a la intensidad de las causas. Lo de reduccionista concierne al desdoblamiento de los fenómenos complejos en partes. Respecto de los sistemas dinámicos y la complejidad ya hemos hablado antes en varias ocasiones.

El corazón, como sistema no lineal y complejo sigue las tendencias ya señaladas para las líneas caóticas. Su propio sistema intrínseco de excito-conducción no sólo es “complicado” sino que al tratarse de una estructura neurológica tiene configuración fractal, lo que garantiza la seguridad y velocidad de la transmisión del impulso. Si a esto añadimos la influencia del sistema neurovegetativo sobre los ritmos del corazón, no ha de extrañarnos el carácter caótico del latido cardíaco, incluso en condiciones normales. Es más, este caos posee la propiedad de la impredecibilidad pese a la precisa fijación de las leyes que rigen la dinámica cardíaca, lo que hemos denominado el caos determinista.

Si recordamos que los funcionalismos complejos cumplen con la misión de adaptación rápida a estímulos extraños y patológicos, esta irregularidad del ritmo cardíaco resulta “preferible” a un orden estricto. De hecho la presencia de ondas “ordenadas” de fibrilación ventricular se considera precursora de un fallecimiento súbito. A la idea de enfermedad como fallo orgánico se superpone ahora la de disfunción o disautonomía con el inevitable fracaso de los mecanismos de retroalimentación positiva o negativa.

Todo esto nos acerca a la corriente del llamado *holismo científico* pero concebido ahora como el estudio de situaciones complejas con fallos de los mecanismos de autoadaptación. Esta expresión de *holismo científico* no resulta totalmente compatible con las ideas sobre la salud y la enfermedad de finales del siglo XX, por lo que no faltan quienes la consideran un *oxímoron*, palabra que es viral en estos momentos. Lo que parece claro es que la cardiología, al igual que otras ramas del saber humano, es de pleno derecho un área del conocimiento de neto carácter interdisciplinario.

VELLOSIDADES...

Las vellosidades intestinales ha llamado la atención de histólogos y fisiopatólogos hacia mitades del siglo pasado, siendo favorecido su estudio por la ultramicroscopía y las técnicas de histoquímica. Inmediatamente se valoró en su justa medida el papel que representaba la amplia superficie que presentan en favor de la absorción intestinal. Igualmente contribuyó a aclarar, al menos en parte, la fisiopatología de las llamadas enfermedades por malabsorción, el Crohn, el Whipple y algunas otras. No tanto la enfermedad celíaca, defecto selectivo.

En realidad se estaba incorporando al intestino a las estructuras fractales de nuestro organismo. La palabra fractales debe interpretarse en sentido biológico y no puramente matemático como ya hemos hablado.

CAOS Y TUMORES

Es tradicional, y no estamos en contra, considerar como caótico el proceso de crecimiento de las células del cáncer, entendiendo por tal a un reconocido prototipo de los tumores malignos. Si hemos insistido reiteradas veces que el organismo es un sistema caótico, donde el caos favorece la adaptación a los agentes y agresiones causantes de enfermedad y por tanto la lucha contra la misma, no han faltado quienes han señalado que ha de resultar más difícil luchar contra una patología que también actúa de forma caótica y que va a defenderse por consiguiente de cualquier tipo de medida terapéutica.

Debido tal vez a que el diagnóstico del cáncer no se ha realizado en la historia en fases tempranas, ha sido la regla general el fracaso de las terapéuticas que se han dirigido contra él, tanto si han sido la extirpación quirúrgica como la radio y radiumterapia y la misma quimioterapia en sus muy diversas modalidades. Añádase a eso el hecho de la producción de metástasis, muy frecuente en los tumores malignos, y no nos extrañará que la perspectiva de supervivencia de estos pacientes arroje muchas sombras e interrogantes en una época como es la actual donde se procuran por todos los medios los *diagnósticos precoces* (dudosa precocidad en este caso), eso sí avalados por montañas de estudios estadísticos.

El origen del cáncer es evidentemente genético. Precisamente dejamos para el final el comentario de las relaciones de la genética con el caos, pero ya podemos adelantar que esta disciplina también tiene facetas de caótica y mucho de cálculo de probabilidades. Es más, en oncología tiene plena aplicación la frase atribuida a Ehrlich "*omnis cellula ex cellula*", ya que es sentir generalizado que un tumor maligno comienza afectando a una sola célula, con lo que el cáncer está constituido por un clon de células malignas. Así, al menos, se tiene en cuenta en casi todos los modelos matemáticos que sobre el cáncer se han elaborado.

Decíamos, hace ya algunos años, que son más de un millar los modelos matemáticos que se han confeccionado con la pretensión de estudiar bajo el punto de vista que nos proporciona esta herramienta los fenómenos del crecimiento y propagación de las células neoplásicas en el organismo afectado. Incluso hay universidades, como la del Rey Juan Carlos en nuestro país, donde algunos de estos modelos están basados en el propio caos. También es un hecho conocido que con frecuencia las células cancerosas presentan alteraciones en el número y características de sus cromosomas. El hecho de que existan muchos y muy variados modelos para la descripción de la enfermedad cancerosa nos hace pensar que casi todos tengan "algo de bueno" pero que ninguno es perfecto para esta finalidad.

Mejor dicho, tantos modelos nos hacen reflexionar en el *Análisis funcional*, una parte del Análisis matemático que traslada las ideas de los espacios

vectoriales a los *Espacios de funciones*, y que comienza también a ser aplicada en el estudio de los procesos caóticos. Animados por ello, en breve consideraremos cómo un “sencillo ejemplo” de modelo matemático, aplicado a la investigación de un tumor de colon operado, obtenido de la vida real, no resulta a la postre tan sencillo y confirma que una sola función no lineal nos puede resultar insuficiente y hasta sumirnos en el caos.

Antes de proseguir, mencionaremos que, como era de esperar, multitud de médicos e investigadores, ilustres la mayoría de ellos, han echado su cuarto a espadas sobre el tema del *Caos y el Cáncer*. Sin desdoro de los logros indudablemente conseguidos, nos viene como *lluvia sobre mojado* la frase del cirujano colombiano, autoridad científica por múltiples motivos, José Félix Patiño Restrepo⁴², quien asevera que la mayor parte de los trabajos publicados sobre este tema adolecen de *amplia retórica y modestos descubrimientos*.

Oncogenes.- Hemos mencionado el papel que juega la genética molecular en la producción y desarrollo de los tumores en general y de los malignos en particular. Uno de los varios responsables de la génesis tumoral son genes que, por diferentes mecanismos que no son para comentar aquí, dan lugar a alteraciones cromosómicas causantes de la proliferación celular desordenada. Existen varios tipos de oncogenes, localizados en distintos cromosomas. También son variados estos tipos de oncogenes.

Sin embargo, lo que nos interesa aquí son los precursores de los oncogenes, llamados pro-oncogenes. En otras palabras, un oncogén procede de la evolución de un pro-oncogén. Éste suele ser un gen normal que para convertirse en oncogén requiere una transformación, usualmente una mutación, aunque hay diferentes mecanismos de transformaciones génicas como es sabido. Estas alteraciones pueden producirse en uno de los alelos o en los dos, ofreciendo también caracteres de dominancia y de recesividad. Esta dinámica está siendo bien estudiada desde la primera década del siglo XX en la que Rous publicó sus primeros trabajos sobre la transmisión del sarcoma de los pollos, que medio siglo más tarde le valió el Premio Nobel. La pregunta, cien años después, sigue siendo: ¿por qué dichas transformaciones?

Mucho se ha investigado sobre ello, bastantes conceptos se han aclarado, siendo tal vez el más universal de ellos el papel que juega el estado inmunológico del paciente que, si funciona correctamente, supone un gran obstáculo para la proliferación de las células neoplásicas. Pero a nuestro juicio existe en este punto una laguna importante: se ha infravalorado el papel aleatorio de estas primeras mutaciones que serán el origen del tumor. Cierto es que la probabilidad de tales mutaciones está en función de una distancia, el centimorgan, y cierto es también que se exige el papel de un entrecruzamiento. De estos temas trataremos en la última parte de este trabajo cuando nos refiramos a la **topología genómica**.

Un ejemplo comentado

Vamos a exponer, a continuación, un caso real que tuvimos ocasión de modelizar en el año 2006, bajo la mutua asesoría con el Departamento de Oncología del Complejo Hospitalario de Navarra, dirigido por la Dra D^a Ruth Vera, Jefa del mismo. Naturalmente, el “montaje matemático” no intervino en las decisiones clínicas a tomar con el paciente, lo cual no significa que careciera de cierto valor, presentando incluso alguna conclusión “sorpresiva”. Sin embargo, podemos adelantar que el paralelismo del modelo matemático con la evolución clínica del paciente, del que tenemos noticia de que vive y se encuentra bien, ha sido prácticamente absoluto. Este caso fue expuesto por el autor, como lección magistral, en el X Congreso de la Sociedad de Medicina Interna de Aragón, Navarra, La Rioja y País Vasco⁰⁴, el 14 de marzo de 2011, siendo posteriormente publicado en la Revista de la Sociedad. Bajo estas premisas pasamos al comentario.

Se trata de un varón en torno a los 70 años, que es diagnosticado de un adenocarcinoma de colon sigmoide y que presentaba molestias desde hacía un año o algo más. En la colonoscopia se apreció una masa tumoral cuyo tamaño fue confirmado en la posterior intervención quirúrgica, de forma de elipsoide tridimensional, que medía 8 cm de diámetro mayor, 3 cm de diámetro mediano y 2.5 cm del menor. Había bastantes adherencias por fusión inflamatoria de tejidos que impidió una “limpieza a fondo”, estimándose que quedaron sin poderse extirpar unos 3 cm³ de tumor. Se realizó exploración de la cavidad abdominal no por laparoscopia sino “a cielo abierto” en la que se extrajeron numerosas muestras de ganglios linfáticos inflamados y de otros residuos, con resultados anatomopatológicos sin metástasis pero no en todas las muestras. Se estimaron 15 localizaciones intraabdominales metastásicas de un volumen medio de 0.75 cm³. La recuperación postoperatoria fue rápida y sin complicaciones. Posteriormente se le aplicaron 15 sesiones de quimioterapia con 5-fluorouracilo y oxaliplatino a dosis calculadas y pautadas con dos semanas de intervalo entre una y otra. Las manifestaciones secundarias a la quimioterapia fueron más o menos las propias del tipo de medicación sin más episodios desagradables, ya que los usualmente descritos en estos casos fueron leves.

El objetivo de confeccionar un modelo matemático fue valorar la acción de la quimioterapia. Para ello se consensuaron, en colaboración con el Equipo sanitario de Oncología, los siguientes valores: Número de células por cm³ de tumor = 10^9 ó sea mil millones. Tiempo de duplicación del tumor = 3 meses; tiempo de duplicación de células tumorales de las metástasis = 2 meses. Células del tumor que persisten vivas después de una sesión de quimioterapia = 5 % de las que había antes de la quimio; células tumorales de las metástasis que persisten tras la sesión = 2 % de las iniciales.

Tipo matemático de evolución de la población de células malignas: se optó por el modelo exponencial simple, a sabiendas de que no teníamos modelos perfectos a nuestro alcance, que tampoco los había, y que tendríamos que considerar otros tipos de modelos también. La función exponencial se eligió por la sencillez de su manejo y su probada aproximación a la realidad en muchos casos similares.

Volumen del tumor primitivo extirpado, equiparable al de un elipsoide.

$$Vol = \frac{4}{3} \pi a b c$$

siendo a, b, c los semidiámetros del *elipsoide*, o sea $a = 4 \text{ cm}$, $b = 1.5 \text{ cm}$, $c = 1.25 \text{ cm}$, con lo que $Vol = 1.333... \times \pi \times 4 \times 1.5 \times 1.25 = 31.416 \text{ cm}^3$ (recordemos que aquí el punto representa la coma decimal). Esta cantidad, de momento, no va a formar parte de los cálculos.

Evaluación del número de células cancerosas después de la extirpación quirúrgica del tumor y antes de iniciar la quimioterapia.- Número de células tumorales procedentes de los 3 cm^3 de tumor no extirpados: $N_T = 3 \times 10^9$. Lo mismo de las metástasis, teniendo en cuenta lo antes dicho: $N_M = 15 \times 0.75 \times 10^9 = 11.25 \times 10^9$

Evaluación del número de células que quedan “vivas” inmediatamente después de la primera sesión de quimio, teniendo en cuenta lo anotado más atrás:

$$\text{Del tumor no extirpado} = 0.05 \times 3 \times 10^9 = 15 \times 10^7$$

$$\text{Del conjunto de las metástasis} = 0.02 \times 11.25 \times 10^9 = 22.5 \times 10^7$$

Para evaluar ahora la población de células neoplásicas al cabo de dos semanas, o sea de medio mes, y suponiendo que su crecimiento no se vea influenciado por la dosis ya recibida de quimioterapia, necesitamos conocer las ecuaciones de crecimiento del tumor, que serán diferentes en el caso del tumor no extirpado y en el de las metástasis. La fórmula general de la ecuación exponencial simple es $N_t = N_0 e^{\lambda t}$ (*)

Nos falta conocer el valor λ . Para ello, en la ecuación anterior, tomamos logaritmos naturales: $\ln N_t = \ln N_0 + \lambda t$. Dado que conocemos el tiempo de duplicación, td , y que $N_T = 2$ y $N_0 = 1$, y que el logaritmo de 1 es cero, podemos ya escribir:

$$\text{Para el tumor: } N_T = 2 \text{ y } td = 3, \text{ de donde } \ln 2 = 3 \lambda_T \text{ O sea } \lambda_T = \frac{\ln 2}{3} = 0.231$$

$$\text{Para las “metas”: } td = 2, \text{ y el resto igual, de donde } \lambda_M = \frac{\ln 2}{2} = 0.347$$

Para el cálculo del número de células cancerosas existente a las dos semanas de cada sesión de quimio, teniendo en cuenta que este tiempo es medio

mes (0.5), basta sustituir en la ecuación (*) t por 0.5, ya que λ es la tasa de crecimiento mensual. Así completaríamos la primera fila:

$$15 \times 10^7 \times e^{0.5 \times 0.231} = 16.8 \times 10^7$$

$$22.5 \times 10^7 \times e^{0.5 \times 0.347} = 26.8 \times 10^7$$

Procediendo así, de forma sucesiva, y teniendo en cuenta únicamente las diez primeras filas de datos, ya que se dieron 15 sesiones de quimioterapia con dos semanas de intervalo entre cada dos consecutivas, formaríamos la siguiente tabla:

Nº de células				
Tras la Sesión	En el tumor	En las metas	14 días después	
			En el tumor	En las metas
1ª	15×10^7	22.5×10^7	16.8×10^7	26.8×10^7
2ª	84×10^5	54×10^5	94.5×10^5	63.6×10^5
3ª	4.72×10^5	1.27×10^5	5.30×10^5	1.52×10^5
4ª	26.5×10^3	3×10^3	29.8×10^3	3.6×10^3
5ª	14.9×10^2	72	16.7×10^2	86
6ª	83.5	1.71	93.7	2.04
7ª	4.7	0.04	5.3	0.05
8ª	0.26	0.001	0.30	0.001
9ª	0.01	0.00002	0.02	0.00003
10ª	0.0008	0	0.0009	0

En las tres últimas filas se acusa más la influencia de factores aleatorios.

Dos preguntas.- Hasta ahora parece aceptable el modelo seguido. Sin embargo, las matemáticas nos deberían responder a las cuestiones siguientes.

1. **¿Cuándo comenzó el tumor del ejemplo?**
2. **¿Cuándo se hizo “clínico” el tumor?**

La primera pregunta se puede resolver utilizando la conocida ecuación

$$N_t = N_0 e^{\lambda t}$$

Si el tumor comenzó por una sola célula cancerosa, en ese caso $N_0 = 1$

Si antes de su extirpación tenía el número de células señalado, $N_t = 31.4 \times 10^9$

Y ya que $\lambda = 0.231$, todo se reduce a resolver $31.4 \times 10^9 = e^{0.231 t}$ donde la incógnita es t meses. Tomando logaritmos naturales: $24.17 = 0.231 t$, con lo que $t = 104.63$ meses o sea $t = 8.72$ años. ¡Demasiado!

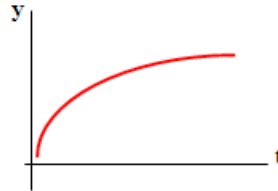
Si, en lugar del modelo exponencial simple, hubiéramos tomado el de Gompertz, que se ilustra en la siguiente figura

MODELO DE GOMPERTZ

$$\frac{dy}{dt} = ay - by \cdot \ln y$$

$$y = k \exp \left\{ -e^{-t/k} \right\}$$

Siendo $k = e^a$



Familia de distribuciones de Gompertz:

$$y = a \cdot e^{f(\lambda) \cdot t} \quad , \text{ con } \lambda \text{ constante o no.}$$

(Cuando $f(\lambda)$ decrece exponencialmente con el tiempo, tenemos la clásica función de Gompertz.)

Y tomando un valor de $\lambda = 0.05$ como tasa mensual, el tumor hubiera comenzado hace 8 meses y no hace más de 8 años, lo cual es más verosímil.

La segunda pregunta requiere saber qué volumen tiene un tumor cuando comienza a producir manifestaciones clínicas. Este volumen varía de unos tumores a otros, pero en los carcinomas de intestino grueso puede dar molestias ya a partir de un volumen de 1 cm^3 , que equivale a unas 10^9 células tumorales. Todo se reduce, por lo tanto, a establecer la ecuación en la forma $10^9 = e^{0.231 t}$, cuya solución es $t = 89.7$ meses o sea unos 7 años y medio de su inicio. Por lo tanto el tumor pudo haber empezado a manifestar síntomas a $104.63 - 89.7 = 14.93$, o sea unos 15 meses antes de su diagnóstico y de la intervención quirúrgica.

Esto vino a ser muy aproximadamente así, según la historia clínica del paciente, con lo que el modelo exponencial simple se muestra acertado en la respuesta a la segunda pregunta, si bien falla aparentemente mucho en la contestación a la primera. Cabe una postura intermedia: en la última figura podemos observar que la única diferencia entre la modelización exponencial simple y la de Gompertz es la sustitución en el exponente de e del parámetro λ por una función indeterminada de λ , no siendo constante el parámetro en este caso.

En cálculo de probabilidades también tenemos ejemplos similares, cual es el de la distribución de Poisson de la que hay dos variantes: la simple y la compuesta. En la primera se utiliza el valor constante de λ como parámetro, mientras que en la compuesta es variable este parámetro ya que es $f(\lambda)$.

Con esta observación tal vez arrojamos algo de luz sobre las sombras, pues de acuerdo con lo hasta ahora comentado en las primeras fases del crecimiento del tumor el parámetro válido de la función exponencial “compuesta” o de Gompertz sería una función de λ , llegando a ser constante a partir de un determinado momento de su evolución. Esto encaja perfectamente en las ideas generales de la biología.

Pero nos queda un aspecto que escapa a todo intento de modelización: la cuestión de la metástasis. En efecto, de ellas lo único que sabemos es que en el momento de la intervención se pudieron detectar un número relativamente reducido, pero lo ignoramos todo sobre su origen y su desarrollo. El intento de modelización habría de fundamentarse sobre un conjunto de hechos clínicos totalmente improvisado, exclusivamente a base de suposiciones, más aún que las que hemos tenido que formular para estar en condiciones de desarrollar nuestro ejemplo tal como lo hemos realizado.

Lo que sí parece claro, a la vista de cuanto hemos comentado sobre el caso, es que un tumor maligno puede perfectamente considerarse como un proceso dinámico, evidentemente no lineal, e indudablemente caótico incluso en el muy dudoso caso de que su evolución se ajustase a un único modelo matemático.

¡El caos dentro del caos! Si el ser vivo es de por sí caótico, siendo ése tal vez su mejor mecanismo de adaptación y defensa, el cáncer también lo es comportándose como un organismo dentro de otro y en lucha mutua. Ciertamente que la ley de la entropía conduce no solo a la muerte del receptor sino casi inmediatamente después a la del “organismo canceroso”. La lucha por la vida se convierte inexorablemente en un camino hacia la muerte.

Pero, sin entrar en filosofías fáciles, surge ahora espontáneamente una pregunta crucial: ¿se puede aprovechar algo de lo que estamos comentando que sea útil para el tratamiento de los tumores malignos? No cabe duda de que sí, pero ya nos enfrentamos a un conjunto inconmensurable de trabajos de los científicos en la lucha contra el cáncer. No se ha perdido el tiempo, ni mucho menos, en todo lo que se ha investigado y actualmente se investiga sobre este tema, pero es imprevisible vaticinar por qué hilo se desenredará este ovillo. Una vez más, el cáncer rubrica su carácter caótico, ahora bajo el enigma de su futuro.

GENÉTICA Y CAOS

Constituye éste el último capítulo de nuestro trabajo. Los avances sobre todo de la genética molecular en los años recientes han hecho de esta disciplina un conjunto de conocimientos que ha quedado fuera de la mayoría de los médicos. Ciertamente que nuestra promoción es ya muy antigua. Terminamos

Medicina en 1954 creyendo que las células del organismo humano tenían 24 parejas de cromosomas, no pudiéndose afirmar entonces que eran 23 pares, lo que daba lugar a una dotación de 46 cromosomas. Una forma de actualizar nuestros conocimientos en genética puede ser leer con atención el libro de Novo Villaverde⁴¹ elaborado con técnicas modernas interactivas e incluso audiovisuales.

Breve repaso histórico.- Primeramente se estudió la genética de poblaciones, basada en observaciones y experimentos macroscópicos. El carácter verdaderamente científico de todo ello se inició entre 1856 y 1863 por Gregor Mendel, quien enunció las leyes que llevan su nombre. Posteriormente, en 1908, se conoció la ley que elaboraron Hardy y Weinberg por separado. Podemos citar algunos de los descubrimientos clave.

- 1842. Cromosomas en vegetales y posteriormente en humanos (K.W. Nägeli)
- 1869. Aislamiento del ADN (F. Miescher)
- 1880. Mitosis (Autores varios)
- 1910. Los cromosomas contienen los genes (Thomas Hunt Morgan)
- 1953. Estructura del ADN (J.D. Watson, F.H. Crick)
- 1956. Hay 46 cromosomas humanos (J.M. Tjio)
- 1966. Código genético (Watson y Crick para el ADN, S. Ochoa para el ARN)
- 1973. Primeras clonaciones, en bacterias (J. Boyer, S. Cohen)
- 1977. Secuenciación del ADN (F. Sanger)
- 1982. Organismos transgénicos (Varios)
- 1983. Secuenciaciones de genomas vegetales y animales (Varios)
- 2001. Secuenciación completa ? del genoma humano.

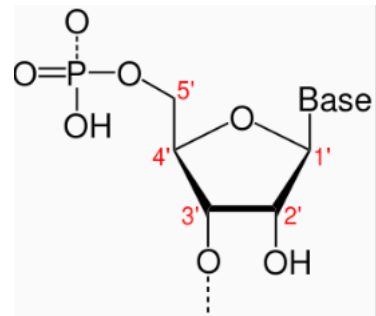
A partir de mediados del siglo XX es cuando se comienza a dar forma científica a la genética molecular. Ésta y la genética de poblaciones son las dos genuinas etapas históricas del desarrollo actual de la genética humana. Las líneas siguientes, al igual que las precedentes, solamente pretenden hacer un repaso-recuerdo para poder entrar en el tema.

Nociones básicas.- Los cromosomas del núcleo celular contienen los genes. Estos están integrados por muchas moléculas de ácidos nucleico, de estructura polimérica integrando los denominados nucleótidos. Cada uno de ellos consta de una pentosa, una base nitrogenada y un grupo fosfato. Al subconjunto integrado por la pentosa y la base nitrogenada se le llama nucleósido. Por lo tanto, el nucleótido viene a ser el ester fosfato del nucleósido.

Según la naturaleza de la pentosa integrante se diferencian dos tipos de ácidos nucleicos: si se trata de la D-ribosa decimos ácido ribonucleico o ARN, mientras que si se trata de la 2-desoxi-D-ribosa hablamos de ácido desoxi-ribonucleico o ADN.

Las bases nitrogenadas son a su vez de dos clases: purinas y pirimidinas; las primeras son bicíclicas (doble anillo) y monocíclicas (un solo anillo) las últimas. En la formación del ADN intervienen dos purinas, adenina (A) y guanina (G) y dos pirimidinas, citosina (C) y timina (T); en la formación del ARN intervienen las tres primeras pero la timina es sustituida por el uracilo (U). Cada una de ellas se designa con la letra mayúscula colocada en los paréntesis. Cada purina es complementaria de una pirimidina, uniéndose mediante puentes de hidrógeno; en el ADN la adenina se complementa con la timina (A=T) y la guanina con la citosina (G=C), mientras que en el ARN la complementariedad es adenina con uracilo (A=U) y guanina con citosina (G=C). El número de rayas horizontales entre los paréntesis es igual al número de puentes de hidrógeno que las unen en cada caso.

El hecho de ser complementarias estas bases es fundamental y tiene tres consecuencias de vital importancia: la replicación del ADN, la transcripción de ADN a ARN, y la expresión o traducción del ARN en proteínas específicas.



Se habla de direccionalidad, dentro de una molécula de ácido nucleico, la que puede apreciarse en la figura de la derecha. Están numerados los vértices de la estructura de la pentosa, y se habla de dirección directa cuando la orientación es desde 3' hasta 5', e inversa en caso contrario. Esto permite “entendernos” cuando decimos que el ADN consta de dos cadenas antiparalelas de nucleótidos, o sea de polaridad contraria. En cambio al ARN consta sólo de una única cadena. La figura consta en numerosas publicaciones, pudiendo ser comprobada por el lector. En las secuencias de bases son complementarias dos a dos, precisamente las que figuran frente a otras. También es visible en la figura de presencia de los grupos hidroxilos, uno en la posición 2' y otro unido al fósforo.

Genes.- Los genes son secuencias de nucleótidos presentes en las cadenas de ADN de los cromosomas. Contienen suficiente información para la formación de proteínas muy específicas propias de cada gen. El proceso necesario para ello es lo que se denomina **expresión génica** y requiere una transcripción previa que se lleva a cabo por el ARN monocatenario. Los genes, en las células diploides (mitóticas) del organismo están presentes en los dos brazos del correspondiente cromosoma, ocupando un lugar que se llama **locus**, siendo los **alelos** los genes que ocupan el mismo lugar en cada brazo. En las células haploides (sexuales o meióticas) solo hay un locus para cada uno de los genes presentes en ellas.

El número de genes se cifra en billones en el total de las células del organismo humano, pero los investigadores no proporcionan número exacto de los que existen en cada una de ellas, ni siquiera en cada uno de los 23 pares de cromosomas. Esta disparidad obedece a varios motivos, uno de los cuales es que rara vez son *exactamente los mismos genes* los que se encuentran presentes en un determinado cromosoma.

Conviene recordar que la síntesis de proteínas tiene lugar en el citoplasma celular, necesitando el ARN mensajero salir del núcleo donde se encuentran los cromosomas. Esta salida se efectúa por orificios dispuestos a tal fin. También hay que hacer notar que existe un ADN mitocondrial en el citoplasma, transmitido por vía materna.

He aquí una tabla del número de genes de una célula, con indicación de los que están presentes en cada cromosoma. No tiene la pretensión de contener cifras exactas, en virtud de lo que acabamos de decir, pero es indiscutible su valor orientativo.

Tabla de genes

Cromosoma	Número de genes	Morfol. Cromos.
1	4222	m g
2	2613	s g
3	1859	m g
4	451	s g
5	617	s g
6	2280	s m
7	2750	s m
8	1288	s m
9	1924	s m
10	1793	s m
11	449	s m
12	1562	s m
13	924	a m + s
14	1803	a m + s
15	1122	a m + s
16	1098	s p
17	1576	s p
18	766	s p
19	1859	m p
20	1012	m p
21	582	a p
22	1816	a p
23 - X	1880	s m
23 - Y	454	a p

Cromosoma.- Figura el número del mismo, según clasificación internacional.

Número de genes.- Según unos resultados del Proyecto Genoma Humano.

Morfología cromosómica.-

La primera letra es la inicial de “metacéntrico”, “submetacéntrico”, “acrocéntrico”.

La segunda letra es la inicial de “grande”, “mediano”, “pequeño”.

El signo “+ s” significa “con un satélite”.

El total de genes, según lo dicho, sería de 36.224 para la mujer y 34.828 para el varón.

No es nuestra idea desarrollar aquí un curso de genética pero sí comentar sus posibles relaciones con los fenómenos propios del caos, y subsiguientemente con el orden que indudablemente existe tanto en la genética de poblaciones como en la genética molecular. Para un estudio elemental y algo completo de este binomio “orden-desorden” genético es necesario dar una idea de dos grupos de conceptos: las denominadas *leyes de los grandes números*, propias del cálculo de probabilidades, y la recientemente rama de la ciencia conocida bajo el nombre de *topología genómica*. Pero antes es también necesario recordar las leyes a las que obedece la herencia.

Leyes de la herencia.- Las primeramente descubiertas fueron las tres leyes de Gregor Mendel (1822 – 1884) y posteriormente las dadas a conocer por Hardy (Godfrey Harold, 1877 – 1947) y Weinberg (Wilhelm, médico alemán).

Leyes de Mendel

Son tres. Puede ser interesante exponerlas muy resumidamente.

1. **Primera ley.-** O de la uniformidad. Cuando se cruzan dos individuos de raza pura, o sea homocigóticos para un gen, los resultantes son todos iguales. Por ejemplo, el cruce **Aa** con **Aa**, siendo **A** dominante y **a** recesivo, da lugar a **Aa, Aa, Aa, Aa**.
2. **Segunda ley.-** O de la segregación de caracteres. En la segunda generación, de la unión de un **Aa** con otro **Aa**, se obtienen **AA, Aa, aA, aa**. Es decir, se manifiesta el carácter recesivo. Las proporciones resultantes son **AA - 0.25, Aa - 0.50, aa - 0.25**
3. **Tercera ley.-** O de la recombinación independiente. Aquí nos puede ayudar un esquema.

Esquemización de la 3ª ley de Mendel

	NG	Ne	rG	re
NG	O NN GG	O NN Ge	O Nr GG	O Nr Ge
Ne	O NN Ge	O NN ee	O Nr Ge	O Nr ee
rG	O Nr GG	O Nr Ge	O rr GG	O rr Ge
re	O Nr Ge	O Nr ee	O rr Ge	O rr ee

En la línea superior de cada casilla o celda aparece la letra **O**, que representa al individuo engendrado. Este individuo tiene dos caracteres: **Color** (negro o rojo) y **Tamaño** (gigante o enano).

En la línea inferior de cada casilla se aprecian dos grupos de letras; las letras del primer grupo se refieren al color, las del segundo al tamaño.

Los caracteres en negro son dominantes. **N** significa negro, **G** significa gigante; todos ellos son *mayúsculas*. Los caracteres en rojo y en azul son recesivos. **r** significa rojo, **e** significa enano; todos ellos son *minúsculas*. Se comprueba que hay 4 rojos y 4 enanos en esta generación (el último es rojo y enano).

La matriz de arriba es simétrica, tanto respecto del tamaño como del color.

Las proporciones de los individuos resultantes son:

Negro y gigante	$9 / 16 = 0.5625$
Negro y enano	$3 / 16 = 0.1875$
Rojo y gigante	$3 / 16 = 0.1875$
Rojo y enano	$1 / 16 = 0.0625$
TOTAL	1

Observación.- Si consideramos la transmisión simultánea de 3 caracteres hereditarios, con las variantes en cada uno de ellos de dominante-recesivo, veríamos que la matriz resultante útil para esta generación es de $3^2 \times 3^2 = 9$ filas \times 9 columnas = 81 celdas o casillas. En general, la consideración simultánea de n caracteres hereditarios en las mismas condiciones que las citadas son iguales a n^4 posibilidades, si bien no son todas ellas distintas como hemos podido ver. Todo esto es algebraicamente cuantificable, pero la biología también tiene sus límites, por lo que no consideramos útil seguir por este camino. Lo que es indudable es que la genética aún está dando sus primeros pasos y que las matemáticas juegan un importante papel en este tipo de conocimientos.

LEY DE HARDY Y WEINBERG.- La composición genética de una población dada, panmíxica, tiende a estabilizarse, permaneciendo en equilibrio, a condición de que no actúe la selección natural ni otro factor y no se produzca ninguna mutación. En otras palabras, las leyes de Mendel por sí mismas, no originan evoluciones genéticas extrañas.

NOTA.- Como preámbulo obligatorio a lo que sigue, este es un buen momento para reproducir la parte de nuestro texto de "*Estadística didáctica para Ciencias de la Salud*"⁰³ en la que, en el capítulo 8, damos una noción sobre las llamadas **leyes de los grandes números** en la materia de **Cálculo de probabilidades**".

UNA APROXIMACIÓN A LAS LEYES DE LOS GRANDES NÚMEROS

Pensamos que es posible prescindir de este apartado en una primera lectura de estas notas. Sin embargo, las llamadas leyes de los grandes números tienen tal importancia en el desarrollo de los procedimientos estadísticos, que omitir una idea de las mismas sería no proporcionar al lector los fundamentos necesarios para una razonable comprensión de la estadística que ha de manejar.

El conocimiento formal de estas leyes corresponde a las Ciencias Matemáticas. Nosotros tan sólo intentamos proporcionar aquí una aproximación, asequible a la formación de los profesionales de las Ciencias de la Salud. Dichas leyes se basan en el concepto de *convergencia* de sucesiones de variables aleatorias, idea bastante difícil de entender, por lo que nos valdremos de un ejemplo determinista, sin perjuicio de recurrir también a algún ejemplo verdaderamente aleatorio.

Supongamos la llamada *sucesión armónica*, sin duda conocida del lector, que está formada por los inversos de los números naturales. Esto es:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}$$

siendo n un número natural que puede llegar a ser tan grande como se quiera. Es evidente que el valor del término n -simo de esta sucesión, cuando n crece indefinidamente, es igual a

$$\frac{1}{\infty} = 0$$

Si ahora, en lugar de considerar la sucesión de términos aislados, consideramos la suma de dichos términos, desde $n = 1$ hasta infinito, tenemos lo que se llama la *serie armónica*, esto es:

$$S = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}$$

Se demuestra en matemáticas que esta suma, cuando n tiende a infinito, no tiene límite finito, esto es: la suma de los infinitos términos de la serie es igual a infinito. Si se quiere en otras palabras: esta suma puede sobrepasar en magnitud a cualquier número, por grande que éste sea. Supongamos que elegimos un número “muy grande”, N . Entonces es claro que habrá un número de términos de la serie armónica, muy “grande” también, pero finito, cuya suma superará el valor de N . Si damos un “corte” a la serie por ese término, la habremos dividido en dos partes: la parte situada a la izquierda del corte, que tendrá un número finito de términos (sumandos) y cuya suma será mayor que N , y la parte situada a la derecha del corte, que constará de un número infinito de términos. Esta

parte, situada a la derecha, es lo que llama una *cola*. Ahora preguntamos: ¿Cuánto valdrá la suma de los términos que forman la cola? La respuesta es evidente: valdrá lo que vale la suma de toda la serie menos lo que vale suma de la parte a la izquierda del corte, esto es: infinito menos N , o sea infinito.

Con ciertas reservas podemos decir que las propiedades que se cumplen para los términos cuyo número es finito, aunque pueda ser *más grande* que el mayor de los números naturales que imaginemos, constituyen las llamadas *leyes débiles*, mientras que las que también se cumplen en las colas se denominan *leyes fuertes*. Una vez más insistimos en que nos hemos valido de un ejemplo determinista y no estocástico. Examinemos las diferencias que hay entre uno y otro modelo.

Como podemos ver en la figura 8.a.1, en un modelo determinista cada uno de los términos se aproxima más al valor del límite que el anterior. En la sucesión armónica podemos decir que siempre se cumple que

$$\frac{1}{n} \geq \frac{1}{n-1}$$

Si en este caso, el límite, L , no fuese infinito, también podríamos escribir:

$$L - \frac{1}{n} \leq L - \frac{1}{n-1}$$

Para ganar en precisión, podemos considerar los valores absolutos de las expresiones señaladas. En las sucesiones de variables aleatorias esto no sucede, ya que los valores de las mismas están sujetos a fluctuaciones del azar, aunque terminen convergiendo a su límite.

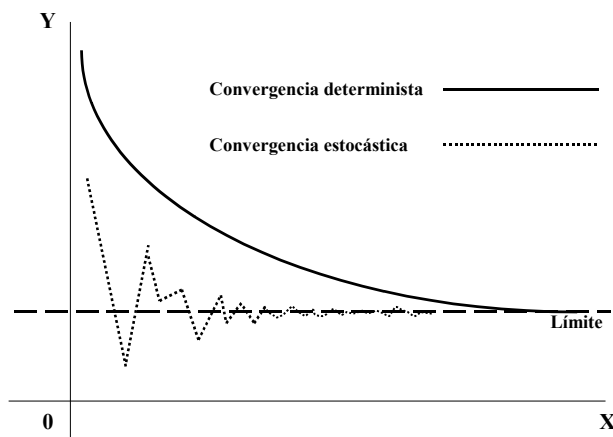


Figura 8.a.1.- Convergencias determinista y estocástica.

Esto es lo que podemos llamar “maravilloso” de las leyes de los grandes números: que podamos imponer normas (leyes) a los fenómenos del azar. ¿Qué necesitamos para ello? Pues tan sólo la reiteración de experimentos aleatorios. Si bien esta “reiteración” ha de ser tan grande que podamos considerarla “infinita”. Todo esto requiere un proceso de abstracción mental, asequible tan sólo a inteligencias cultivadas.

La línea de trazo continuo de la figura 8.a.1 representa la convergencia de una sucesión (o de una serie) de carácter determinista, se *acerca* al valor del límite (representado por la línea de puntos horizontal) *cada vez más*. La línea quebrada de trazo punteado fino, que representa la convergencia de una sucesión de variables aleatorias, fluctúa en torno a dicho límite, aunque *a la larga*, se aproximaría a él tanto como quisiéramos, al igual que la otra línea. La línea de puntos (estocástica) podría ser, por ejemplo, el valor del *cociente* entre el número de caras obtenidas y el número de tiradas realizadas al arrojar reiteradas veces una moneda no trucada, siendo dicho límite, representado por la línea horizontal de puntos, el valor 0.5, igual en este caso a la probabilidad de obtener cara en un lanzamiento de la moneda. Lo que estamos diciendo vale, igualmente, para sucesos que no sean equiprobables.

Convergencias de variables aleatorias.- Se estudian diversos tipos de las mismas. Nos interesa aquí tan sólo nombrar dos de ellas: la llamada *convergencia en probabilidad* y la que se denomina *convergencia casi seguro*. Se suelen poner condiciones a las sucesiones de variables aleatorias, como el hecho de que sean independientes, que estén igualmente distribuidas y otras.

a) La **convergencia en probabilidad** se define como *el límite de la probabilidad* de los sucesos de una sucesión de variables aleatorias. Por ejemplo, si consideramos la sucesión aleatoria cada uno de cuyos términos es el cociente [caras obtenidas / lanzamientos] ya mencionado, el límite de la probabilidad de que este cociente sea igual a $1/2$, al reiterar indefinidamente los lanzamientos, será igual a 1.

Cuando se cumple este tipo de convergencia se habla de **leyes débiles** de los grandes números. Una consecuencia muy útil de esta ley es que los estadísticos muestrales (media, varianza, coeficiente de correlación, etc) se aproximan a los parámetros poblacionales (media, varianza, etc, de la población), siempre y cuando se cumplan las debidas condiciones de toma de muestras.

b) La **convergencia casi seguro** se define como *la probabilidad del límite* de una sucesión de variables aleatorias. Por ejemplo, considerando la misma sucesión de lanzamientos de una moneda, la probabilidad de que [el valor del límite del cociente antes expresado sea igual a $1/2$] es igual a 1. Es preciso reflexionar bastante para darse cuenta de que cuando se cumple la convergencia

casi seguro se cumple también la convergencia en probabilidad. La proposición recíproca no siempre se cumple.

Cuando se verifica este último tipo de convergencia hablamos de **leyes fuertes** de los grandes números. Estas leyes, como hemos apuntado, son propias de las *colas* de estas sucesiones de variables aleatorias. Un ejemplo, que parece una paradoja, es que si bien es posible que haya que realizar *infinitos* lanzamientos de una moneda para estar seguros de que al menos sale una cara, en la práctica *nunca* sucede esto ni sucedería. Ello no es inconveniente para que se verifique algo que parece contrario: el obtener 100 caras seguidas (por ejemplo), cuando se realizan infinitos lanzamientos de una moneda, tiene ¡probabilidad *casi seguro* igual a uno!; es más, podemos obtener infinitas veces esa coincidencia con tal que sigamos reiterando el experimento de los lanzamientos. (Condiciones *ideales*, naturalmente).

Hablando en términos vulgares y rudos, diríamos que las leyes débiles requieren para cumplirse que se realicen experimentos con infinitas reiteraciones, mientras que las leyes fuertes requieren que se repitan infinitas veces dichos experimentos, con infinitos sucesos cada uno de ellos. ¿Se entiende?

Un ejemplo de la ley fuerte sería la misma definición frecuentista de la probabilidad: la frecuencia relativa del suceso estudiado, siempre y cuando reiteremos infinitas veces dicho experimento, traduce la probabilidad atribuible a dicho suceso.

Hay que citar aquí nombres como los de Bernouilli, Moivre, Laplace, Poisson, Kolmogorov, Tchebichev, Khintchine, etc, ya que han sido ellos los que, con sus investigaciones sobre este tema, han puesto los cimientos sobre los que descansa la estadística que practicamos con o sin nuestros ordenadores.

Nada tiene de extraño, a la vista de estas consideraciones, que las pobres muestras que nosotros obtenemos en nuestros mejores trabajos experimentales presenten sorprendentes diversidades en cuanto a los resultados del estudio de los mismos fenómenos. Estas diversidades, por lo común debidas a la aleatoriedad presente en los muestreos y a menudo olvidada, son mucho más notorias cuando lo que manejamos son muestras pequeñas, hecho que olvidamos heurísticamente a pesar de nuestra *formación intelectual*. De aquí que, en las conclusiones de nuestros trabajos, no debemos tener la pretensión de establecer *leyes*, sino simplemente lo que debemos hacer es declarar lo que hemos obtenido, siempre a través y/o en función de los resultados de *nuestra muestra* o de nuestro experimento. Los ensayos clínicos *multicéntricos* y la misma *medicina basada en la evidencia* no logran sino débiles aproximaciones, dentro de las naturales limitaciones humanas, a los fenómenos a cuyo conocimiento se aplican.

Teorema central del límite.- Es otro aspecto interesante de las leyes de los grandes números. Aunque se puede enunciar, en términos llanos, de varias

maneras, la más “práctica” a efectos de Ciencias de la Salud es la siguiente: *Las medias aritméticas de un conjunto de muestras, tomadas de la misma población, tienden a distribuirse según una distribución normal, independientemente del tipo de distribución de la población de la que procedan.* Estas muestras han de ser de tamaño “suficiente”, es decir que ha de constar cada una de ellas de al menos 30 observaciones.

Una aplicación del teorema es que, cuando una variable es suma (o es unión) de un conjunto de variables independientes, su distribución tiende a ser normal. En Ciencias de la Salud, donde esto sucede con frecuencia, nada tiene de particular que la mayoría de los datos sigan una distribución normal.

Este teorema también tiene aplicación en la inferencia estadística y en la definición del concepto de *error estandar de la media*, de tanta importancia en este campo.

Ejemplo 8.a.1.- Si el lector ha encontrado difíciles los razonamientos anteriores, puede tratar de pensar sobre este otro supuesto, más simple: Si tengo que tomar el autobús todos los días para ir a mi trabajo, y este autobús viene a la parada cada 10 minutos, siendo mi tiempo de llegada a la misma aleatorio, ¿cuál será la espera media que tengo que hacer?

En primer lugar hay que *modelizar* el caso. Suponemos que el autobús llega exactamente cada 10 minutos, y que la parada es instantánea, o sea que tiene un tiempo igual a cero, siendo instantánea también mi subida al vehículo. De esta manera, tomaré el primer autobús que llegue a la parada desde el momento en que yo haya llegado a ella.

Parece claro que la distribución que sigue el instante de mi llegada a la parada tiene una distribución uniforme (pág. 73) en el intervalo $[0 , 10]$ minutos. El tiempo medio de espera será, por consiguiente, la media de los extremos de dicho intervalo, o sea 5 minutos. Habrá alguna rara ocasión en que esta espera podrá ser prácticamente cero, y alguna otra rara ocasión en que esperaré 10 minutos.

A la larga, cuantos más días vaya a tomar el autobús, tanto más se aproximará a 5 minutos este tiempo *medio* de espera (media aritmética). Esto no me permite pronosticar *cuánto tiempo voy a esperar mañana*, ni me permite afirmar que *la probabilidad de espera mañana será de 5 minutos*. Sin embargo, las leyes de los grandes números nos permiten aproximar la media todo lo que queramos, teniendo en cuenta la necesidad de abstracción que supone el reflexionar sobre este tema.

Una formulación de las convergencias en probabilidad y casi seguro, podría ser la siguiente: llamando X a la variable “tiempo de espera”, X_n a la suma de las n veces que he ido a tomar el autobús, P a la probabilidad de

la espera, m a la media de dicha espera (en este caso 5 minutos), y e a un número “todo lo pequeño que queramos”, podemos formular las dos leyes de los grandes números así:

a) Ley débil (Convergencia en probabilidad): $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{X_n}{n} - \mu \leq \varepsilon \right\} = 1$

b) Ley fuerte (Convergencia casi seguro): $P \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_n}{n} - \mu \leq \varepsilon \right\} = 1$

En ciencias de la salud es muy difícil encontrar un ejemplo en el que se cumpla la convergencia en probabilidad y no se cumpla la convergencia casi seguro. Puede ser ilustrativo a este respecto reunir varios meta-análisis sobre un mismo tema. Por ahora nos conformamos con que el lector adquiera una idea elemental de lo que en este “Apéndice” hemos querido decir.

Estamos ahora en condiciones de abordar la última parte de nuestro trabajo.

UNA APROXIMACIÓN A LA TOPOLOGÍA GENÓMICA

Dado que en el genoma humano, y en general en cualquier genoma, se encuentra un gran número de genes, podríamos preguntarnos si sería posible estudiar en él este aspecto matemático y qué provecho obtendríamos con ello.

La topología es una parte de las matemáticas, relativamente reciente en su desarrollo formal pero muy antigua en su concepción. Requiere para su buena comprensión un pensamiento abstracto, si bien puede ser útil el empleo de gráficos, aunque este empleo no permite aclarar todos los conceptos. La topología está fuertemente ligada al resto de ramas de la matemática, especialmente al análisis matemático en todas sus especialidades. Uno de los artículos tal vez más afortunados, por su proyección popular, de la Wikipedia es precisamente “Topología” que recomendamos a nuestros lectores, especialmente la primera parte.

Podemos definir “grosso modo” la topología como la ciencia, rama de las matemáticas, que estudia las llamadas propiedades invariantes de objetos y figuras. La palabra invariante es que no se altera su estructura, al menos en partes de la figura, si se le aplican transformaciones producidas por funciones continuas. Así, por ejemplo, un círculo es topológicamente equiparable a un cuadrado, ya que de uno a otro se puede pasar por “simples deformaciones”. Una anilla solo puede equipararse a una moneda si respetamos el agujero de la anilla aunque sea reduciéndolo a la dimensión de un punto. (Un punto tiene dimensión cero, pero no es lo mismo que esté ahí o que no esté, aunque el aspecto del nuevo objeto idealmente formado sea en todo igual que el de una moneda).

Las diversas partes de que constan las ciencias matemáticas se van construyendo en general sobre unas bases, AXIOMAS, cuya demostración es intuitiva.

Pueden existir distintos sistemas o conjuntos de axiomas en casos concretos y la topología es uno de ellos. Esta ciencia puede construirse sobre ciertas propiedades de los conjuntos, cual es el caso del texto de Aguirre⁰² en la UNED, o bien sobre lo que se denomina una métrica, que en casos particulares puede considerarse una distancia, forma éste última usada tradicionalmente y bien fundamentada por Kuratowski³⁰.

De ambos sistemas axiomáticos haremos uso aquí, si bien la distancia va a ser fundamental. Pero, ¿se puede establecer una métrica o una distancia entre genes? La respuesta es que sí, siendo el centimorgan esta distancia. Lo peculiar del caso es que, pudiéndose expresar una distancia en el genoma mediante submúltiplos del metro, el centimorgan está definido por una propiedad de ligamiento o de entrecruzamiento. Un centimorgan equivale a una probabilidad del 1 %, o sea una $p = 0.01$. Existen, por supuesto otras probabilidades, así por ejemplo 2.5 centimorgan sería una $p = 0.025$

Así pues, decimos que dos genes se encuentran a un centimorgan de distancia cuando su probabilidad de establecer ligamiento es de 0.01. Suele inducir a confusión el empleo del Morgan como unidad, pero es lo mismo que el centimorgan y no cien veces superior. Esta denominación se puso en honor a Morgan (Thomas Hunt, 1866 – 1945), genetista norteamericano. Sin duda es más propio hablar de distancia entre los loci de los correspondientes genes, pero ello no cambia el sentido de lo dicho. También es cierto que esta distancia se puede expresar en unidades métricas, pero éstas varían de unos genes a otros y la probabilidad de ligamiento suele permanecer sensiblemente constante para pares de genes determinados.

Estas definiciones adolecen de imprecisión. En efecto, ¿qué duración de tiempo se establece para medir dicha probabilidad? ¿Afecta por igual a todas las células del organismo humano? ¿No llegará a ser muy grande el número de cambios, dada la gran cantidad de células de una persona? Adelantamos que no es nada fácil dar respuesta a estas cuestiones.

Concretando en una célula ideal, habría que pensar que el plazo que se concede para que la probabilidad de ligamiento sea 0.01 es precisamente hasta una nueva reproducción celular, o lo que es lo mismo durante toda la vida de la célula de que se trate. La primera pregunta entraría en vías de contestación si supiéramos cuánto viven nuestras células y cuántas son.

Vida de las células.- Como es sabido, la duración de la vida celular depende en gran medida del tipo de tejido en el que estén integradas, aparte de causas variadas normales o patológicas productoras de lesiones o de enfermedades. Simon y Frisén⁴⁹, del Karolinska Institute de Estocolmo y autor el segundo de más de 130 publicaciones sobre estos temas, basándose entre otras técnicas en la incorporación a los tejidos de ADN “marcado” tras accidentes

nucleares, pudo estimar la media general de vida de nuestras células entre 7 y 10 años. Sin embargo, estas cifras son muy ambiguas y estos promedios tienen una gran dispersión, como es del dominio universal.

La vida de la mayor parte de las neuronas dura tanto como la vida del sujeto, si bien se sabe que una parte de ellas se reproducen en sustitución de las que van muriendo. Verosímil es también que sea larga la vida de las células del miocardio. En el extremo opuesto se encuentran las células de las mucosas digestivas, cuya vida media se estima en 5 días. Los glóbulos de la sangre también tienen vidas cortas: de pocas horas los granulocitos circulantes, unos 10 días las plaquetas, algo más los distintos tipos de linfocitos, 120 días los hematíes. Las células de la capa externa de la piel se estima que duran unas dos semanas. Las del hígado alrededor de año o año y medio. Las óseas unos 10 años en promedio. La mayoría de las restantes células entre 10 y 16 años como hemos dicho.

Número de células.- Otra de las preguntas antes formuladas también podría contestarse si supiéramos el número de células de que consta nuestro organismo, aunque fuera preciso “contarlas por los distintos tipos de tejidos”. Existen ingeniosos cálculos encaminados a estos recuentos, muchos de ellos basados en los exigüos tamaños celulares.

MEDIDAS QUE SE EMPLEAN.- Son submúltiplos del metro. Los más usados son:

micro	10^{-6} metros
nano	10^{-9} metros
pico	10^{-12} metros
femto	10^{-15} metros
atto	10^{-18} metros

También ha sido empleado el angstrom, $\text{Å} = 10^{-10}$ metros, o sea la décima parte del nanómetro. Estos prefijos se utilizan también con otras unidades del sistema métrico decimal.

OTROS TIPOS DE MEDIDAS son las construidas en torno a la longitud de cadenas de ADN. Así, se define el *megabase* como la longitud de ADN de doble cadena que contiene dos millones de nucleótidos (un millón en cada hebra), y es equivalente a la longitud de ARN monocatenario que contiene un millón de nucleótidos. La correspondencia con las anteriores unidades es:

pb (un par de bases)	$\cong 3.4$ angstroms
kb	$= 1000$ pb
Mb	$= 10^6$ pb
Gb	$= 10^9$ pb

Sobre estas suposiciones se ha intentado realizar una evaluación ciertamente que con escasas garantías, del número de células por unidad de volumen en los diferentes tejidos, teniendo en cuenta la gran variedad de tamaños de las mismas. Así, mientras el óvulo mide 0.5 mm de diámetro, y la longitud de algunas neuronas puede llegar a 1 m, la inmensa mayoría de células no sobrepasan las 15 micras de diámetro.

Teniendo en cuenta el peso y la densidad global del cuerpo humano, siendo ésta igual a 0.98 g/cm³, es decir un poco inferior a la del agua destilada, el volumen de un individuo de 70 Kg se estima en unos 68500 cm³. Si el volumen celular medio se estima en 840 μ³, el volumen medio de una célula sería de 84 × 10⁻¹¹ cm³, con lo que el total de células de un individuo adulto “promedio” estaría alrededor de los 80 billones.

Ahora bien, si aceptamos que la tasa de fallecimiento celular en el organismo humano está en torno al millón de células por minuto, con la reproducción subsiguiente de otras tantas, resulta que en 24 horas mueren (y son reemplazadas) dos mil millones de células. De esta manera en poco más de 10 años son reemplazadas todas las células del organismo.

Distribución de Pascal.- También llamada geométrica. Nos viene bien considerarla en este momento, puesto que nos proporciona el promedio del número de intentos hasta que se produce un suceso determinado. Si la probabilidad de producción del suceso es *p*, la media de este número es

$$\mu = \frac{1-p}{p} \quad \text{y su varianza es} \quad \sigma^2 = \frac{1-p}{p^2}$$

Si por ejemplo arrojamos un dado hasta que salga un seis, y repetimos suficientes veces este experimento, el número medio de veces que habrá que lanzarlo *antes* de que aparezca el seis, será

$$\mu = \frac{1 - 1/6}{1/6} = \frac{5/6}{1/6} = 5$$

ya que la probabilidad de obtener “seis” en una tirada es igual a 1/6 .

Aplicando esto a una probabilidad de ligamiento génico de 0.01, resulta que hay que esperar un promedio de 99 fallecimientos celulares con las subsiguientes restituciones hasta que suceda el mencionado ligamiento. De ahí la “vulnerabilidad” de las células de vida corta.

Conjuntos borrosos y lógica difusa.- Se impone ahora nuevamente un paréntesis para reflexionar. Hemos considerado a los genes como elementos de conjuntos, pero la distancia que hemos establecido es una probabilidad de ligamiento. No existe, por tanto, un criterio cualitativo que nos permita identificar de manera inequívoca los elementos que integran este tipo de conjuntos; tan

solo podemos conocer la probabilidad de que un elemento dado pertenezca o no a un determinado conjunto. Si se quiere, el hecho de relaciones intergénicas no es determinista sino probabilista o, dicho de otra forma, aleatorio.

Este aleatoriedad aparece plenamente en las leyes de Mendel, que rigen propiedades hereditarias en la genética de poblaciones y que tampoco están ausentes en la ley de Hardy y Weinberg. Tampoco es éste el lugar adecuado para tratar de los llamados *conjuntos borrosos* ni de los principios que suministran fundamento a la *lógica difusa* que, dicho sea de paso, juegan un muy interesante papel en la vida de nuestro mundo “moderno”.

Una de las herramientas para tratar los fenómenos que estamos comentando es el cálculo de probabilidades (no la estadística propiamente dicha), y dentro de este cálculo figuran en estos casos en posición imprescindible las leyes de los grandes números a las que hemos dedicado unas líneas algo más arriba.

Es cierto que la mayoría de las células de nuestro organismo no experimentan más de 6 a 12 ciclos vitales en toda nuestra vida; muchas, como las neuronas y miocárdicas, probablemente ninguno. Es más, las células de muy corta vida teóricamente no tendrían tiempo para transmitir directamente ciertos caracteres hereditarios. Mención aparte nos merece la transmisión hereditaria de antígenos, cual es el caso de los diversos tipos de grupos sanguíneos, capaces de suscitar anticuerpos que son vehiculados por el plasma. Estas cualidades inmunológicas se dan en muy variados tipos de células y tejidos, constituyendo hoy día la inmunología una ciencia de desarrollo muy extenso, como lo es la genética.

Sin embargo, es tan elevado el número de todos los tipos de células que conviven simultáneamente en el cuerpo humano, que las *leyes de los grandes números* se cumplen en forma de *leyes débiles* que como ya sabemos convergen en probabilidad.

Permítasenos insistir en uno de los ejemplos que hemos podido leer, pero levemente cambiado de tema. Supongamos que se nos formula la pregunta de cuál es la probabilidad de que en una serie de *infinitos* lanzamientos de un dado (no trucado) aparezcan 50 seises seguidos. La respuesta heurística es que dicha probabilidad es CERO, o sea que es imposible que aparezcan ni una sola vez. Antes de hacer esta afirmación “a la ligera”, ¿hemos intentado calcular esa misma probabilidad? Pues, ya que la probabilidad de SEIS es $1/6$, la probabilidad de que aparezcan seguidos 49 más es de $(1/6)^{49}$ una vez que hemos obtenido un SEIS. Sin esta última condición, la probabilidad absoluta sería $(1/6)^{50}$, un número real ciertamente muy pequeño, pero que ante *infinitos* lanzamientos del dado tendría que aparecer evidentemente.

Supongamos ahora que ya hemos conseguido SEIS en 50 tiradas consecutivas del dado. ¿Cuántas han sido estas tiradas previas? Ciertamente que un

número enormemente grande pero no infinito. Para calcular el promedio de esas tiradas (¿existe el *promedio* si acabamos de obtener la *primera racha* de 50 SEISES?) tenemos la distribución de Pascal que ya hemos visto. En efecto, dicho número de tiradas es

$$\mu = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon}$$

siendo ϵ esa probabilidad, con lo que el valor de μ sería del orden de 8.08×10^{38} , *muy grande* pero que en modo alguno es infinito.

Pero queda *la cola*. La cola sería el número de tiradas que queda aún por efectuar, a la derecha (en la representación sobre la recta real) del enorme número que acabamos de calcular. Evidentemente se cumple que $\infty - (8.08 \times 10^{38}) = \infty$ (infinito menos un número finito sigue siendo igual a infinito), o sea que todavía nos quedan infinitas tiradas. Recordando algo de lo que hemos dicho a propósito de las leyes de los grandes números, *las leyes fuertes se cumplen en las colas*. En palabras llanas, si continuásemos efectuando lanzamientos, obtendríamos infinitas rachas de 50 SEISES seguidos. Este sería el caso de la convergencia *casi seguro*, que está claro que en biología no tiene cumplimiento.

Volvemos a la genética de nuevo. ¿El muy elevado número de células del organismo humano “garantiza” alguna forma de convergencia estocástica? Puede ser que garantice la convergencia en probabilidad, sobre todo con probabilidades de ligamiento o de mutaciones, medibles por *centimorgans*, mucho mayores que las de rachas de lanzamientos como las que acabamos de manejar. Lo que será difícil es convencer a quien esté enterado de estos temas de que en toda la biología y en la misma medicina, donde aunque se manejen cantidades exorbitantes de células, cantidades *no infinitas* en ningún caso, se pueda dar la convergencia casi seguro.

Es cierto que cuando se producen células anómalas, cual es el caso de células cancerosas, el organismo pone en juego un conjunto de mecanismos, inmunitarios entre ellos, para deshacerse de estas células indeseadas. En nuestro cuerpo se producen cada día células de este tipo que “no siguen adelante” salvo en muy contadas ocasiones, incluso aunque cuenten con la “complicidad” de los oportunos oncogenes.

Una consecuencia que se deriva de lo que estamos comentando es que “a la larga” las recombinaciones genéticas también se producen a nivel molecular y no solo en la genética de poblaciones, por lo cual la ley de Hardy y Weinberg también se cumple a nivel génico, tendiendo a ser “panmíxicas” estas dotaciones. De todas formas no parece haber alcanzado esta tendencia la categoría que esa misma ley tiene en la genética de poblaciones

Desde el momento en que se reconoce universalmente el carácter genético de los tumores y buena prueba de ello es el desarrollo actual del diagnóstico

génico preventivo, está claro que los fenómenos caóticos se dan también en genética, pese al hecho de que por lo común van unidos a la propagación hereditaria de errores de transcripción o a mutaciones génicas predisponentes o bien a alteraciones somáticas adquiridas por los sujetos afectos. En contraste con lo manifestado hasta ahora, el caos genético sería más bien causa de enfermedad (malformación, tumores y otras) que mecanismo defensivo. Las publicaciones sobre las conexiones entre el caos y la genética, aparte de que son muy escasas, pecan en general de imprecisión, al menos las que han llegado a nuestro conocimiento.

A MODO DE EPÍLOGO

No es completo, ni mucho menos el estudio que sobre **el caos y la medicina** hemos presentado. En todos los casos adquiere importancia el hecho de que los fenómenos caóticos que observamos en nuestro organismo tienden a la adaptación ante circunstancias adversas a la salud, con las consiguiente reacción anexa. También se encuentra el caos en agentes patológicos cuyo prototipo son los tumores malignos.

Queda fuera de toda duda que los seres vivos, especialmente los filogénicamente más desarrollados, entre los que se encuentra la especie humana, constituyen sistemas dinámicos de gran complejidad regidos por mecanismos cuyos posibles modelos matemáticos no son lineales. La vida en último término es una estructura disipativa, que constituye un sistema no lineal y complejo en cuanto que está mantenida por materia sometida a las leyes físicas necesariamente. El caos, por consiguiente, forma parte de la vida biológica.

Bajo nuestro enfoque hemos presentado a los protagonistas de la construcción rigurosa del concepto del caos, que son los matemáticos y los físicos sobre todo. Dado que este tema ha sido expuesto en la Real Academia de Medicina de Zaragoza, se ha hecho de la Medicina la principal destinataria de estas ideas. Todo ello en plan elemental, divulgativo para personas de alto nivel cultural aunque de diferentes especialidades profesionales.

Esperamos que tanto los matemáticos como los médicos encuentren las ideas aquí vertidas concordantes con sus conocimientos, aunque sean de un nivel muy general apto para variados públicos. Ciertamente que han sido matemáticos y físicos quienes han desarrollado las bases sobre a teoría del caos, mientras que los médicos comienzan a asomarse actualmente a sus aplicaciones. Constituye, pues, el caos un material básico, no clínico, en la enseñanza de la medicina.

Es decir, que un estudio sucinto de los hechos caóticos forma parte del material didáctico básico de la medicina, lo cual no implica que haya que

impartirse forzosamente en los primeros cursos de esta carrera universitaria. Puede muy bien formar parte de enseñanzas complementarias, cursos de expertos, másters, doctorados, seminarios, etc. Lo que no sería bueno es olvidar el papel fundamental que tienen las materias que denominamos básicas así como las complementarias. Bajo este punto de vista las biomatemáticas, que pueden perfectamente incluir el estudio del caos, son herramientas imprescindibles de la medicina actual y más aún de la medicina de un futuro próximo.

Recordando una de las frases del inicio de este trabajo, podríamos afirmar que los matemáticos no solo se atrevieron a **dar un orden** sino también a **descubrir el orden** que ya existía en el caos primigenio. En ambos objetivos han logrado un éxito considerable.

BIBLIOGRAFÍA

- 01.- Abellanas Cebollero, P. 1979. Unas reflexiones sobre la biografía de la Matemática. *Discurso de Apertura 1979-80 Univ. Complutense. Madrid. Gráficas Feijo.*
- 02.- Aguirre Fernández, J. 1986. Topología. *Texto UNED. Ed. Mepsa. Móstoles. Madrid.*
- 03.- Andériz, M; Lafita, J; Romero C. 2010. Estadística Didáctica para Ciencias de la Salud. *Edit por UPNA. Pamplona.*
- 04.- Andériz López, M. 2011. Matemáticas y cáncer. *X Congreso Soc. Med Int. Aragón, Navarra, Rioja, País Vasco. Logroño. 12-14 marzo.*
- 05 – Antoranz Calleja, J.C. 2010. Matemáticas, Caos y Medicina. Un “ménage à trois” muy productivo. *Univ. Compl. Madrid. Ensayos multidisciplinares. N° 34. Enero-abril.*
- 06.- Autores varios. 2007. Doctoris Solsona Amicorum Liber. Pp 77-88. *Navarro y Navarro, Impres. Pp 77-88 (M. Andériz)*
- 07.- Barnsley, M.F; Demko, S. 1985. Iterated function systems (IFS) and the global construction of fractals. *Proc. Roy. Soc. London Ser. A-399. Pp 243-275.*
- 08.- Barnsley, M.F; Rising, H. 1993. Fractals everywhere. *Ed. Morgan Kaufmann. (531 p).*
- 09.- Bondarenko Pisemskaya, N. 2007. El lenguaje y la teoría del caos. *Opción. Vol 23, n° 53. Univ. de Oriente Nueva Esparta. Maracaibo. (Ven).*
- 10.- Bornas, X; Noguera, M. 2002. Bases científicas de la terapia de la conducta... *Rev. Internac. Psicología clínica y de la salud. Vol 2, n° 1. Pp 9-24.*
- 11 – Briggs, J; Peat, F.J. 2000. Las siete leyes del caos. *Ed. Grijalbo. Barcelona.*
- 12.- Bütz, M.R. 1997. Chaos and complexity: Implications for psychological theory and practice. *Ed. Taylor & Francis. Washington.*
- 13.- Castillo García, F.J. 2016. La Resistencia bacteriana, paradigma de supervivencia. *Discurso de Recepción como Académico de Número en la Real Academia de Medicina de Zaragoza.* Ed. Navarro y Navarro.
- 14.- Cazau, P. 2002. La teoría del Caos. *http//*

- 15.- Chay, T.R. 1985. Glucose response to bursting-spiking pancreatic β -cells... *Biol. Ciber.* 52. Pp 339-349.
- 16.- Degn, H; Holden, A.V; Olsen, L.F. 1987. Chaos in biological systems. *Plenemm Press. Nw York.*
- 17.- Demidovich, B.P; Maron, L.A. 1984. Cálculo numérico fundamental. *Ed. Paraninfo. Madrid.*
- 18.- Elduque Palomo, A.I. 2014. ¿Hay alguien ahí afuera? *Rev. Facultad Ciencias Univ. Zaragoza. N° 12. Pp 76-93.*
- 19.- Escohotado, A. 2000. Caos y orden. *Ed. Espasa Calpe. Madrid.*
- 20.- Fariñas,F; Lundelin, K; Aguirregoicoa, E; Varela, . 2009. En la salud y en la enfermedad... la teoría del caos y la geometría fractal. *Rev. Española de Física. 23/1 pp 57-65.*
- 21 – Fariñas Balseiro, F. 2010. El caos. Una breve revisión conceptual. *Univ. Compl. Madrid. Ensayos multidisciplinares. N° 34. Enero-abril.*
- 22.- Fernández Sanjuan, M.A. 2010. Caos y complejidad en ciencias de la vida. *Univ. Compl. Madrid. Ensayos multidisciplinares. N° 3. Enero-abril.*
- 23.- Francis, S.E. 1995. Chaotic phenomena in Psychological self regulation. *En R. Robertson y A. Coms, Ed. Chaos theory in psychol and life Sci. pp 253-265.*
- 24.- Freeman, W. 1995. The kiss of chaos and the sleeping beauty of Psychology. *En Chaos theory in Psychology. Westport Praeger Publ.*
- 25.- Freeman, J.B et al. 2011. TOC en la primera infancia. Hallazgos preliminares... *RET. Rev. Toxicomanías. N° 63. Pp 3-14.*
- 26.- Glass, L; Mackey, M.C. 1988. From clocks to chaos, the rythms of life. *Princeton University Press.*
- 27.- Gutiérrez, P; Hott, E. 2004. Introducción al mundo fractal: matemática. *4º Medio Matemat. (bttp)*
- 28.- Hadelér, K.P. 1984. Matemáticas para biólogos. *Ed. Reverte. Barcelona. 57 (172-181).*
- 29.- Hernández, V; Romo, J.J; Vélez, R. 1989. Problemas y ejercicios de Teoría de la Probabilidad. *Ed. UNED. (Prólogo) Madrid.*
- 30.- Kuratowski K. 1973. Introducción a la Teoría de Conjuntos y a la Topología. *Ed. Vicens Vives, Univ. 2ª Ed.*
- 31.- Lamberti, P.W; Rodríguez, V. 2007. Desarrollo del modelo matemático de Hodgkin y Huxley en neurociencias. *Electroneurobiología, Vol 15 (4). Pp 31-60.*
- 32.- Madrid Casado, C. 2010. Historia de la teoría del caos contada para escépticos. *Univ. Compl. Madrid. Ensayos multidisciplinares. N° 3. Enero-abril.*
- 33.- Margariños de Morentin, J.A. 1983. Del caos al lenguaje. *Ed. Tres Tiempos, S.R.L. Colección Ciencias del Hombre, n° 7. Buenos Aires.*
- 34.- Martín, M.A; Morán, M; Reyes, M. 1998. Iniciación al Caos, *Ed. Síntesis. 1ª Reimpresión. Madrid.*
- 35.- Martínez Lavín, M. 2012. Chaos complexity and cardiology. *Arch. Instit. Cardio. México. 82 (1). Pp 54-58.*

- 36.- May, R. 1976. Simple Mathematical Models with complicated Dynamics. *Nature*, n° 261. Pp 459-467.
- 37.- Montesdeoca Pérez, P. 2005. Longitud y área de curvas fractales. Dimensión fractal. *Facultad de Ciencias de la Actividad Física y del Deporte. Las Palmas de G. Canaria*.
- 38.- Morán, F; Goldbeter, A. 1984. Onset of biorhythmicity in a regulated biochemical System. *Rev. Biophysical chemistry. Vol 20. N° 1-2. Pp 149-156. Elsevier*.
- 39.- Muñoz Gutiérrez, J.L. 2010. Un encuentro innegablemente interdisciplinar. *Univ. Compl. Madrid. Ensayos multidisciplinares. N° 3. Enero-abril*.
- 40.- Murray, James Dickinson. 2003. *Mathematical Biology. Ed. Springer. Nw York. 3ª Ed.*
- 41.- Novo Villaverde, F.J. 2008. Genética humana. *Ed. Pearson. Prentice Hall. Madrid*.
- 42.- Patiño Restrepo, J.F. 2002. Oncología, Caos, Sistemas complejos adaptativos y Estructuras disipativas. *Rev. Colombiana de Cirugía. Vol 17, n° 1. Pp 5-9.*
- 43.- Piaget, Jean. 1976. El desarrollo cognitivo. *Ed. Fontaine. España*.
- 44.- Piskunov, N. 1978. Cálculo diferencial e integral. Capítulo XIII, Apartado 31. *Ed. Montaner y Simón. Reimpresión. Barcelona*.
- 45.- Rinzel, J. 1974. Equations for InsP₃ receptor mediated. *J. Theor. Biol. 166 (4). Pp 461-473.*
- 46.- Schaffer, W.M; Kot, M. 1985. Nearly one-dimensional dynamics in an epidemic ... *J. Theoret Biol. 112. Pp 403-427.*
- 47.- Schaffer, W.M; Pederson, B.S; Moore, B.K; et al. 2001. Sub harmonic resonance and multi-annual oscillations... *Chaos, Solitons, Fractals. 12. Pp 251-264.*
- 48.- Sesma Bienzobas, J. 1999. El discrete encanto del Caos. *Discurso de Recepción. Real Academia Ciencias Zaragoza*.
- 49.- Simon, A; Frisé, J. 2007. From stem cell to progenitor and back again. *Cell, 128 (5). Pp 825-826.*
- 50.- Torres Néstor, V. 2007. Caos en sistemas biológicos. *Matematicalia, Vol 1. N 3-4. Vol 2. N 1. Universidad de La Laguna*.
- 51.- Varela Entrecanales, M. 2010. El concepto de salud y enfermedad. Una nueva perspectiva. *Univ. Compl. Madrid. Ensayos multidisciplinares. N° 3. Enero-abril*.
- 52.- Zamorano Aguilar, A. 2012. Teoría del Caos y lingüística: aproximación caológica... *SIGNA, Rev. Soc. Esp. Semiótica. UNED, 21. Pp 679-705.*
- 53.- Zhu, C; Yin, G. 2009. Lotka-Volterra model in random environments. *J. Math. Analysis and Applications. Vol 357. N° 1. Pp 154-179. Ddsz*

OBRAS RECIBIDAS
PARA LA BIBLIOTECA
EN EL AÑO 2016

1. "PELOTERAPIA: APLICACIONES MÉDICAS Y COSMÉTICAS DE FANGOS TERMALES" Por el Dr. D. Antonio Hernández Torres. Fundación BÍbilis. Año 2014. Un tomo, 319 Pág. (17x24cms) Impr.: Galilei Servicios Digitales S. L. 6927
2. "SOLEMNE APERTURA DEL CURSO DE LAS ACADEMIAS DE ARAGÓN". Por D. Pedro Roncalés Cativiela. 29 de octubre de 2015. Un tomo, 86 Pág. (17x24cms) Impr.: Cometa S.A. 6928
3. "ANALES " Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. Año 2013. Vol. 88 Un CD, (14x19cms). 6929
4. "ANALES " Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. Año 2014. Vol. 89 Un CD, (14x19cms). 6930
5. "ACTUALIZACION DEL PAPPS 2014. PROGRAMA DE ACTIVIDADES PREVENTIVAS Y DE PROMOCIÓN DE LA SALUD" Sesión Extraordinaria de recepción como Académico Correspondiente del Dr. Juan de Dios González Caballero. Presentado por el Ilmo. Sr. D. Juan Enrique Pereñíguez Barranco. Académico Numerario. Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. 26 de noviembre de 2015. Un CD, (13x13cms). 6931
6. "AVANCES Y NUEVOS HORIZONTES EN LA INVESTIGACIÓN CULTURAL Y CIENTÍFICA DEL PIE HUMANO" Sesión Inaugural de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia, por el Excmo. Sr. D. Carlos Ferrándiz Araujo. Académico de Número. 23 de enero de 2014. Un tomo. 112 Pág. (15x21cms.) Impr.: Acecho S.L.U. 6932
7. "CELULAS MADRE HUMANAS: SITUACIÓN ACTUAL Y APLICACIONES EN MEDICINA REGENERATIVA" Sesión Inaugural de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia, por el Excmo. Sr. D. Emilio A. Martínez García. Académico de Número. 22 de enero de 2015. Un tomo. 46 Pág. (15x21cms.) Impr.: Murciagraf S. A. L. 6933
8. "PASADO, PRESENTE Y FUTURO DEL TRASPLANTE RENAL. NUEVOS RETOS" Sesión Inaugural de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia, por la Ilma. Sra. D^a Luisa Jimeno García. Académica de Número. 21 de enero de 2016. Un tomo. 35 Pág. (15x21cms.) Impr.: Juana Alegria 6934
9. "LA FASCINACIÓN POR LA TECNOLOGÍA; LUCES Y SOMBRAS" Sesión Extraordinaria de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. Discurso de Ingreso del Ilmo. Sr. D. Ginés Madrid García. 12 de noviembre de 2013. Un tomo. 91 Pág. (15x21cms.) Impr.: Diego Marín Librero Editor. 6935

10. "ESTUDIO DE LA RELACIÓN ESTRUCTURA MOLECULAR-ACTIVIDAD DE LOS FLAVONOIDEOS A TRAVÉS DE LA COLABORACIÓN UNIVERSIDAD-INDUSTRIA" Sesión Extraordinaria de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. Discurso de Ingreso del Ilmo. Sr. D. Julián Castillo Sánchez. 5 de febrero de 2014. Un tomo. 81 Pág. (15x21cms.) Impr.: Diego Marín Librero Editor 6936
11. "LA ESPECIALIDAD DE MEDICINA FORENSE EN LA ENCRUCIJADA" Sesión Extraordinaria y Solemne de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. Discurso de Ingreso del Ilmo. Dr. D. Rafael M^a Bañón González. 3 de abril de 2014. Un tomo. 85 Pág. (15x21cms.) Impr.: Acecho S.L.U. 6937
12. "VEINTE AÑOS DE CAMBIO EN ONCOLOGÍA MÉDICA: EL CÁNCER DE MAMA Y EL CÁNCER DE PULMÓN" Sesión Extraordinaria de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. Discurso de Ingreso del Ilmo. Sr. D. Francisco Ayala de la Peña. 26 de febrero de 2016. Un tomo. 97 Pág. (15x21cms.) Impr.: Diego Marín Librero Editor 6938
13. "HEPATITIS C. UNA PANDEMIA SILENCIOSA" Sesión de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. Nombramiento como Académico Correspondiente del Dr. D. Manuel Miras López. 22 de mayo de 2014. Un tomo. 65 Pág. (16x22cms.) Impr.: 6939
14. "NUEVOS COMPUESTOS PRESENTES EN UNA COPA DE VINO PROTEGEN CONTRA LA DEGENERACIÓN DEL SISTEMA NERVIOSO CENTRAL Y EL ADN (MUTAGÉNESIS)" Sesión Pública y Solemne de Toma de Posesión del Académico Correspondiente Ilmo. Sr. Dr. D. Ángel Gil Izquierdo en la Real Academia de Medicina y Cirugía de Murcia. 10 de diciembre de 2015. Un tomo. 47 Pág. (17x24cms.) Impr.: Tip. San Francisco S.A. 6940
15. "LAS CONCORDIAS DE LA CIUDAD DE ZARAGOZA" por M^a del Carmen Francés Causapé. Año 2010. Un tomo, 26 Pág. (15x21cms) Impr.: Realigraf S.A. 6941
16. "EPIDEMIA DE FIEBRE HEMORRÁGICA POR ÉBOLA (2014)" por el Dr. Enrique Viviente López. Real Academia de Medicina de Murcia y Universidad Católica de Murcia. Año 2015. Un tomo, 38 Pág. (15x21cms) Impr.:Murciagraf S.A.L. 6942
17. "FARMACOGENÉTICA Y SU ENTORNO. de la industria farmacéutica al uso racional eficiente y personalizado de los medicamentos" Fundación Genes y Gentes. Varios autores. Año 2016. Un tomo, 89 Pág. (17x24cms) Impr.: 6943
18. "ACADEMIA DE CIENCIAS DE ZARAGOZA. UN SIGLO DE SERVICIO A LA SOCIEDAD". Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas Químicas y Naturales de Zaragoza. Varios Autores. Año 2016. Un tomo, 312 Pág. (18x26cms) Impr.: Edelvives Talleres Gráficos. 6944

SESIÓN INAUGURAL DEL CURSO 2017

19. "DESDE EL CORAZÓN DE LA MEDICINA" Homenaje a Gonzalo Herranz. Varios Autores. Organización Médica Colegial de España. Año 2013. Un tomo, 412 Pág. (17x24cms) Impr.: Graficas Lasa (libro donado por el Ilmo. Sr. D. Miguel Anderiz López). 6945
20. "UN CAFÉ CON SARTRE EN PARÍS" Por el Dr. D. Joaquín Callabed. Año 2016. Un tomo, 322 Pág. (15x21cms) Impr.: Trialba (Libro donado por su autor Dr. D. Joaquín Callabed) 6946
21. "EL COURS DE LINGUISTIQUE GÉNÉRALE (1916) DE FERDINAND DE SAUSSURE: ALGUNAS REFLEXIONES, DESDE LA LINGÜÍSTICA HISPÁNICA, EN EL CENTENARIO DE SU PUBLICACIÓN" Por D^a María Antonia Martín Zorraquino. Año 2016. Un tomo, 149 Pág. (13x20 cms) Impr.: Servicio de Publicaciones. Universidad de Zaragoza 6947
22. "ANALES DE LA REAL ACADEMIA DE MEDICINA DE LA COMUNIDAD VALENCIANA" Volumen 16. Autores varios. Año 2015. Un CD, (153x21cms). 6948
23. "SESION INAUGURAL" Real Academia de Medicina de la Comunidad Valenciana. Por el Académico Ilmo. Sr. D. José Anastasio Montero Argudo. Enero 2016. Un tomo. 103 Pág. (16x23 cms) Impr.: Artes Gráficas Soler S. L. 6949
24. "MEDICINA EN ESPAÑOL" por D. Fernando A. Navarro. Año 2016. Un tomo, 304 Pág. (16x24 cms) Fundación Lilly Impr.: Lavel Industria Gráfica S. A. 6950
25. "REFLEXIONES SOBRE LA CIENCIA EN ESPAÑA. COMO SALIR DEL ATOLLADERO" por D. José Antonio Sacristán y D. José Antonio Gutiérrez Fuentes. Año 2016. Un tomo. 499 Pág. (16x24 cms) Fundación Lilly. Impr.: Gómez Aparicio S. A. 6951
26. "ANDRÉS MARTÍNEZ VARGAS" y su latido social por la infancia (1861-1948) Catedrático de Pediatría. Por el Dr. D. Joaquín Callabed. Año 2016. Un tomo, 121 Pág. (15x21cms) Impr.: Trialba (Libro donado por su autor Dr. D. Joaquín Callabed) 6952

DISCURSOS INAUGURALES
DESDE EL AÑO 1831 AL 2017

- 1831 D. Eusebio Lera, *Relativo a la apertura de la Academia.*
- 1832 D. José Hernando, *La observación del Reglamento para la creación de las Reales Academias de Medicina y Cirugía es suficiente para elevar nuestra profesión al rango que ella merece.*
- 1833 D. José Villar, *Recomendar con prudencia y energía la senda que siguió el gran Hipócrates en el ejercicio de la Medicina, fundada en la constante observación y sana experiencia.*
- 1834 D. José Martínez, *Sobre las relaciones tan íntimas que hay entre las enfermedades internas y externas, y ventajas de la reunión de la medicina y cirugía.*
- 1835 D. José Ignacio Causada, *Lo importante que es para un médico el estudio del pronóstico.*
- 1836 D. Ramón Alberola, *La necesidad, utilidad y nobleza de curar y de las virtudes y conocimiento que deben adornar a los que la ejercen.*
- 1837 D. Francisco Gallego y Fraile, *Que la Medicina libre por principio no puede adherirse a otros sistemas que al de la verdad y convencimiento calificado por la experiencia de todos los tiempos.*
- 1838 D. Mariano Herrando, *Del arte de curar, su origen, su necesidad y su objeto; añadiendo por incidencia las cualidades que deben adornar a un buen profesor.*
- 1839 D. Marcos Bentrán, *La ciencia que se ocupa del bien del hombre merece el primer lugar entre todas las demás.*
- 1840 D. Roque Bello, *Medicina non ingenii humani partus est, sed temporis filia Bayl Prax Mec, en la cual se propuso probar que aún cuando el tiempo todo lo destruye y borra, no obstante permanece y permanecerá la memoria del Padre de la Medicina, el grande Hipócrates.*
- 1841 D. Francisco Gari y Boix, *La naturaleza es el manantial de la salud de los hombres.*
- 1842 D. Pablo Lozano de Ena, *La naturaleza por si sola no verifica la curación de las enfermedades sino que necesita el auxilio y conocimiento del médico, siendo éste su director y maestro.*

- 1843 D. Manuel de la Muela y Solanas, *Los medicamentos indígenas son preferibles en la curación de las enfermedades a los exóticos.*
- 1844 D. Joaquín Melendo, *El instinto de conservación, la casualidad, la imitación, la analogía y la observación, han sido las fuentes principales de las que el hombre ha sacado el conocimiento de los medicamentos, remedios y enfermedades y de las que ha formado el rico catálogo que hoy día posee la terapéutica.*
- 1845 D. Florencio Ballarín Causada, *Explicar aquella sentencia Esperentia pavit veritatem a la historia de la Fisiología o la ciencia de la vida.*
- 1846 D. José Gea, *La observación verdadera es la base fundamental de la Medicina.*
- 1847 D. Bonifacio Carbo, *La institución de las Academias de Medicina y Cirugía cual se establecieron por el Real Decreto de 18 de agosto de 1830, es útil y necesaria a la sociedad entera y a la clase facultativa.*
- 1848 D. Manuel Goded, *Del secreto en el ejercicio de la medicina.*
- 1849 D. Vicente Lombarte, *Hacer la historia de la Medicina desde su origen presentando los varios sistemas que sobre ella se han presentado, para descender a la doctrina homeopática de Ancman, fundada por el principio de Similia similibus curantur, y concluyendo manifestando que es de todo punto inadmisibile.*
- 1850 D. Valero Causada, *Presentar algunas reflexiones sobre el estado de decadencia en que se haya la honrosa clase a que nos gloriamos pertenecer, investigando sus causas y procurando encontrar los medios de poner un dique, que si no se remedie el mal, al menos contenga sus estragos.*
- 1851 D. Francisco Pratosi Piedrafita, *El hombre considerado como el ser más perfecto de la creación.*
- 1852 D. Manuel Fornés, *Probar lo desatendidos que se hayan los profesores que se dedican a la ciencia de curar y la necesidad que hay de que el Gobierno o S.M. mejore su posición si la Facultad a de volver al grado de esplendor que desde los tiempos más remotos ha disfrutado.*
- 1853 D. Eugenio Antonio Pellejero y Álvarez, *La verdadera Medicina es la clínica, por que es ciencia de observación.*
- 1854 D. Vicente Sasera y Sancho, *Manifestar que la higiene identificada con las ideas dominantes de las épocas que ha tenido que atravesar revela su existencia desde la más remota antigüedad.*
- 1855 D. Francisco Escudero, *Sobre las putrefacciones.*

- 1856 D. Damaso Sancho, *Descripción del cólera morbo en esta capital en los años 1854 y 1855.*
- 1857 D. Matías Pérez Moreno, *La política influye de un modo tan directo en el desarrollo de las afecciones físicomorales que subyugan al género humano, que su valor etiológico basta por sí sólo a la consideración de todo Gobierno.*
- 1858 D. Pablo Lozano de Ena, *Que el profesor no debe ser en el ejercicio de las ciencias médicas temerario ni tímido, y sí por el contrario circunspecto y reflexivo.*
- 1859 D. Manuel de la Muela y Solanas, *In morbis longis mutet.*
- 1860
- 1861
- 1862
- 1863
- 1864 D. Florencio Ballarín y Causada, *Excelencia de la Medicina y de los Profesores que la ejercen dignamente.*
- 1865 D. Manuel Fornés, *Importancia de la medicina según el modo de ejercerla en todos tiempos demostrada por la historia.*
- 1866 D. Eugenio Antonio Pellejero y Álvarez, *La marcha, curso, duración, defunciones Z.^a del cólera en esta provincia, detallando minuciosamente el cuadro estadístico de todos los pueblos respecto a las defunciones, curaciones en las diversas edades y sexos.*
- 1867 D. Vicente Sasera y Sancho, *La dignidad profesional en los diversos destinos que ocupa en la sociedad.*
- 1868 D. Damaso Sancho, *Los principios fundamentales de la Medicina, o sea, paralelo entre la Medicina antigua y moderna.*
- 1869 D. Matías Pérez Moreno, *Experiencia en Medicina.*
- 1870 No tuvo lugar por el fallecimiento de D. Gabriel Enrique García Enguita que era el Académico al que correspondía pronunciarlo.
- 1871 D. Jenaro Casas Sesé.
- 1872 D. Cipriano Barceló Badía, *Existencia de la diátesis.*
- 1873 D. Nicolás Montells y Boigas, *La teoría del desarrollo continuo, fisiológica y patológicamente considerada.*

- 1874 D. Pascual Comín y Vera, *Conocer y determinar la calidad, los fundamentos y origen de las facultades mentales del hombre para deducir las relaciones de mutua dependencia entre el discernimiento, la conciencia, el albedrío y la realización de los actos que, sometidos por su índole al fallo de los Tribunales pueden entrañar o no penalidad.*
- 1875 D. José Redondo Lostalé, *Dadas las diferencias que existen entre el hombre y la mujer ¿debe modificarse la legislación hasta ponerla en consonancia con estas diferencias?*
- 1876 D. Vicente Almenara y Almenara, *De los perjuicios que irrogan, tanto a la humanidad doliente como a la clase médica en general, las instrucciones, y los titulados específicos, considerados como medicamentos universales.*
- 1877 D. Antonio Escartín y Vallejo, *Algo sobre la bigiene de los enajenados.*
- 1878 D. Gregorio Antonino García y Hernández, *Breve exposición de las leyes de la energía y de sus principales aplicaciones a los cuerpos vivos.*
- 1879 D. Eduardo Fornés Gallart, *Experimentación toxicológica.*
- 1880 D. Ildefonso Ferrer y Ferrer, *Del origen de la sífilis.*
- 1881 D. Ramón Lapuente Pano, *De la influencia de las formas de Gobierno en la constitución físico-moral y en la salud de los pueblos.*
- 1882 D. Gregorio Arbuniés y Espinosa, *Algunas consideraciones sobre el suicidio y sus causas.*
- 1883 No se celebró por estar la Academia cerrada.
- 1884 D. Francisco Criado y Aguilar, *Fuerza o naturaleza medicatriz.*
- 1885 D. Salustiano Fernández de la Vega, *La última aspiración de la teoría parasitaria.*
- 1886 D. Raimundo García Quintero, *La lactancia mercenaria es nociva en general.*
- 1887 D. Francisco Blas Urzola y Marcén, *Diferencias que existen entre la fiebre traumática, la septicemia y la puobemia para deducir si son una o tres enfermedades diferentes.*
- 1888 D. Manuel Gascón Román, *La regeneración de la especie humana.*
- 1889 D. Pablo Sen y Serón, *La clínica y el parasitismo.*
- 1890 D. Juan E. Iranzo Simón, *La mortalidad en los niños de Zaragoza.*
- 1891 D. Félix Cerrada Martín, *Algunas consideraciones acerca de la compensación fisio-patológica.*

- 1892 D. Nicolás Montells y Bohigas, *La crisis ante la ciencia moderna.*
- 1893 D. Manuel Simeón Pastor y Pellicer, *Los tónicos del corazón.*
- 1894 D. Agustín Ibáñez Yanguas, *La inmunidad en las enfermedades infecciosas.*
- 1895 D. Nicolas Manuel Olivar Serrano, *La rabia humana.*
- 1896 D. Mariano Berdejo y Carrera, *El paludismo.*
- 1897 D. Hipólito Fairen y Andrés, *El peligro del tuberculoso es hacerse tísico.*
- 1898 D. Pedro Aramburu y Altuna, *Algunas consideraciones sobre las energías cósmicas y su relación con las energías de los seres vivos.*
- 1899 D. Juan Lite y Ara, *La cura de, o por la altura, en los Pirineos de Aragón.*
- 1900 D. Pedro Moyano Moyano, *La tuberculosis bacilar de Koch en los animales domésticos, considerada bajo el doble punto de vista de la policía sanitaria y de la higiene alimenticia del hombre.*
- 1901 D. José Antonio Dosset Monzón, *Del aire atmosférico, según se le conceptuaba a principios del siglo XIX, y hasta qué punto se le conoce al comenzar el XX.*
- 1902 D. Carlos Navarro Ballarín, *La importancia que merece el estudio bacteriológico en el diagnóstico.*
- 1903 D. Agustín García Julián, *La intubación laríngea en el Group.*
- 1904 D. Serapio Pérez López, *Progreso intelectual del hombre.*
- 1905 D. Ramón Bosqued García, *Química de la célula viva.*
- 1906 D. Mariano Muñoz Redondo, *Infecciones que se asocian con frecuencia.*
- 1907 D. Juan Bastero Lerga, *El médico en las cuestiones de Derecho.*
- 1908 D. Luis del Río de Lara, *El pretendido agente causal de la sífilis.*
- 1909 D. Vicente Lafuerza y Erro, *El problema de la curación de la tuberculosis en el momento actual.*
- 1910 D. Atanasio Claver Bello, *La fisioterapia en el siglo XX.*
- 1911 D. Julián Guallar Torres, *Oftalmoscopio y su importancia.*
- 1912
- 1913 D. Augusto García Burriel, *Algunos estados fisiológicos y patológicos modificativos de la responsabilidad.*
- 1914 D. Constantino Ríos Sáinz, *Opoterapia.*

- 1915 D. Patricio Borobio Díaz, *Estudio médico del Fuero de Teruel.*
- 1916 D. Baldomero Berbiela Jordana, *La Fanera pilosa.*
- 1917 D. Pedro Ramón y Cajal, *Meras consideraciones de anatomía patológica de los cánceres.*
- 1918 D. Ángel Abós Ferrer, *La emoción y su importancia etiológica.*
- 1919
- 1920
- 1921 D. Agustín Ibáñez Yanguas, *Bases de la Puericultura.*
- 1922 D. Manuel Olivar, *Investigaciones actuales acerca de la leche.*
- 1923
- 1924 D. José Sampietro Galligo, *Razonamiento.*
- 1925 D. Ricardo Royo Villanova, *Secuelas extra piramidales de la llamada encefalitis letárgica.*
- 1926 D. Eduardo Pastor Guillén, *La cura de sol.*
- 1927 D. Joaquín Aznar Molina, *Juicio crítico acerca de Laënnec, su obra y la exploración moderna.*
- 1928 D. Francisco Oliver Rubio, *Nefritis y Nefrosis.*
- 1929 D. Juan Lite Ara, *Algunos hechos e ideas sobre diagnóstico preclínico, pronóstico y terapia de la tuberculosis, y otros que tienen o pueden tener importancia en la patogenia del cáncer.*
- 1930 D. Federico Vallés García, *El pan.*
- 1931 D. Mariano Pin Novella, *Aspecto farmacéutico, químico e industrial de la destilación de lignitos.*
- 1932 D. Manuel Iñigo Nougés, *Porvenir de la cirugía en la guerra de la tercera dimensión.*
- 1933 D. Ricardo Horno Alcorta, *El buen gusto en medicina.*
- 1934 D. Félix García López, *Ejercicio de la profesión farmacéutica.*
- 1935 D. Víctor Marín Corralé, *La música como agente terapéutico.*
- 1936 D. Vicente Gómez Salvo, *Birth-control y eugenesia: el método de Ogino.*
- 1937 D. Eduardo de Gregorio García Serrano, *La pelagra (mal de la rosa).*
- 1938 D. Mariano Alvira Lasiera, *Valor de la intervención del médico libre en la solución del problema social de la tuberculosis.*

- 1939 D. Ángel Marín Corralé, *La fiebre quintana de His en la guerra de España.*
- 1940 D. Joaquín Midón Andía, *Origen y evolución de la Farmacia.*
- 1941 D. Antonio Gota Galligo, *Apuntes para el estudio del abastecimiento de aguas de Zaragoza.*
- 1942 D. Rafael Fernández García, *Animae in chirurgica.*
- 1943 D. Pedro Galán Bergua, *Los leprosos de Cristo.*
- 1944 D. Aniceto Bercial González, *El servicio de limpieza urbana y su aspecto sanitario.*
- 1945 D. Antonio Lorente Sanz, *Contrastes en la historia de las infecciones de los niños.*
- 1946 D. José Conde Andréu, *El principio de finalidad en las ciencias médicas y biológicas.*
- 1947 D. José Giménez Gacto, *La municipalización del abastecimiento de leche en Zaragoza.*
- 1948 D. Modesto Marquínez e Isasi, *Higiene y Sanidad.*
- 1949 D. Antonio Val-Carreres Gotor, *Consideraciones al tratamiento de la litiasis del colédoco.*
- 1950 D. Pedro Ramón Vinós, *Elogio de la Medicina.*
- 1951 D. Antero Noailles Pérez, *Diátesis en Pediatría.*
- 1952 D. Emiliano Echeverría Martínez, *Vivimos más, pero envejecemos antes. (Comentarios sobre la vejez).*
- 1953 D. Tomás Lerga Luna, *Reflexiones y comentarios acerca de la especialidad electrocardiológica.*
- 1954 D. Julio Ariño Cenzano, *Cómo oímos y por qué no oímos.*
- 1955 D. Ricardo Lozano Blesa, *Enfermo y cirujano ante la intervención quirúrgica.*
- 1956 D. Juan José Rivas Bosch, *Cincuenta años de profesión médica en Zaragoza.*
- 1957 D. José M^a. Andrés Asensio, *Veintidós años de lucha antituberculosa. (Evolución en el tratamiento de la tuberculosis pulmonar).*
- 1958 D. Mariano Mateo Tinao, *Tendencias actuales en terapéutica.*
- 1959 D. Valentín Pérez Argilés, *Homosexualidad.*

- 1960 D. Ricardo Horno Liria, *La prensa medica, su función y su alcance.*
- 1961 D. José Anós Aznar, *Bromatología y artes figurativas.*
- 1962 D. Enrique de la Figuera y Benito, *La vejez y el envejecimiento.*
- 1963 D. Antonio Valcarreres Ortíz, *La evolución de la cirugía cardiaca.*
- 1964 D. Ramón Rey Ardid, *El mundo actual visto por un psiquiatra.*
- 1965 D. Eduardo Respaldiza Ugarte, *Hambre, calidad y economía de los alimentos del hombre.*
- 1966 D. Antonio Zubiri Vidal, *El cáncer en Zaragoza.*
- 1967 D. Joaquín Aznar García, *La nueva biología y el porvenir del hombre.*
- 1968 D. José Oca Pastor, *Antibióticos con estructura beta-lactámica en su molécula.*
- 1969 D. Ramón Celma Bernal, *Limitación de la natalidad.*
- 1970 D. Fernando Civeira Otermín, *Algunos aspectos del hombre del futuro.*
- 1971 D. Alejandro Palomar Palomar, *Manifestaciones oculares en la vejez. (Gerontología oftalmológica).*
- 1972 D. Manuel Roncalés Cativiela, *Problemas perinatales.*
- 1973 D. José M. Bermejo Correa, *Sorderas infantiles.*
- 1974 D. José Escolar García, *Reflexiones en torno al estado actual de nuestra enseñanza médica universitaria.*
- 1975 D. Francisco Romero Aguirre, *Cirugía selectiva de sustitución vesical.*
- 1976 D. Fernando Zubiri Vidal, *Aportaciones a la Historia de la Real Academia de Medicina de Zaragoza.*
- 1977 D. Francisco Marín Górriz, *La medicina nuclear, especialidad médica.*
- 1978 D. Eduardo Teixeira Gracianeta, *El giro de la lucha contra la esterilidad. (Hacia los anticonceptivos y el aborto).*
- 1979 D. Ricardo Malumbres Logroño, *La edad crítica en el hombre (el climaterio masculino).*
- 1980 D. Fernando Orensanz Gutierrez, *Consideraciones sobre la involución del aparato dentario y mandibular.*
- 1981 D. Rafael Gómez-Lus, *Tosferina.*
- 1982 D. Javier Samitier Azparren, *El balneario de Fitero «Virrey Palafox».*

- 1983 D. Manuel González González, *Omnipresencia y simbología de la mano en el lenguaje, el gesto, el arte y la cirugía.*
- 1984 D. José M^a. Martínez-Peñuela García, *Conversación con Huarte de San Juan.*
- 1985 D. Ignacio Ferreira Montero, *Sobre las palpitaciones.*
- 1986 D. Ángel Sánchez Franco, *Zoonosis transmitidas a través de los alimentos.*
- 1987 D. Manuel Catalán Calvo, *El problema de la alimentación humana. Medidas para mejorarla.*
- 1988 D. Manuel Fairen Guillén, *Contribución española a la enseñanza de sordomudos.*
- 1989 D. Carlos Cuchí de la Cuesta, *La familia.*
- 1990 D. Andrés Pie Jordá, *La sabiduría del cuerpo.*
- 1991 D. Vicente Calatayud Maldonado, *Cerebro, erotismo y amor.*
- 1992 D. Justiniano Casas Peláez, *El origen de los elementos químicos.*
- 1993 D. Narciso Murillo Ferrol, *Connotaciones biológicas del lenguaje.*
- 1994 D. René Sarrat Torreguitart, *Aspectos deontológicos de la relación médico-enfermo.*
- 1995 D. José Manuel Gómez Beltrán, *Investigaciones sobre la prolongación de la vida. Valoración epistemológica. Repercusiones y expectativas.*
- 1996 D. Vicente Ferreira Montero, *Cirugía en el paciente anciano.*
- 1997 D. Carlos Val-Carreres Guinda, *La disección ultrasónica en cirugía hepatobiliar.*
- 1998 D. Fernando Seral Íñigo, *Cirugía ortopédica y traumatología hacia el siglo XXI.*
- 1999 D. Antonio Seva Díaz, *Salud y enfermedades psiquiátricas en los albores del siglo XXI.*
- 2000 D. Manuel Bueno Sánchez, *Bioética y Pediatría.*
- 2001 D^a. Caridad Sánchez Acedo, *Contribución de la Parasitología a la Salud Pública.*
- 2002 D. Fernando Solsona Motrel, *¡Don Santiago, y cierra, España!*
- 2003 D. Fernando Tormo García, *Consideraciones en torno a la Eutanasia.*
- 2004 D. Heraclio Martínez Hernández, *Cuadros de una exposición.*

- 2005 D. José Manuel Martínez Lage, *Enfermedad de Alzheimer: Vislumbrando su curación.*
- 2006 D. Francisco José Gaudó Gaudó, *Ingeniería Sanitaria y Medicina.*
- 2007 D. Eduardo Coscolín Fuertes, *Defensa de la Odontoestomatología.*
- 2008 D. José Antonio Bascuas Asta, *Evolución histórica del concepto de Anatomía Patológica.*
- 2009 D. Ricardo Lozano Mantecón, *El dominio de la reacción biológica a la agresión quirúrgica: la móvil frontera del cirujano moderno.*
- 2010 D. Luis Miguel Tobajas Asensio, *El legado de María Skłodowska-Curie en la Medicina. Cien años del Instituto Curie en la lucha contra el cáncer.*
- 2011 D. Gregorio García Julián, *La Anatomía Patológica en Aragón.*
- 2012 D. Héctor Vallés Varela, *La historia del implante coclear en Aragón.*
- 2013 D. Francisco J. Carapeto y Márquez de Prado, *Envejecer: Cuando, por qué, como.*
- 2014 D. José Ángel Cristobal Bescós, *Cirugía de la catarata. De la reclinación al láser.*
- 2015 D. José María Civeira Murillo, *Salud: Amigo y enemigo de la mente en desarrollo.*
- 2016 D. Alfredo Milazzo Estefanía, *Sostenibilidad del sistema sanitario español: del racionalismo planificador a la tan manida gestión clínica.*
- 2017 D. Miguel Anderiz López, *El caos y la medicina.*

INGRESOS DESDE 1832 AL 2016

CONTIENE: EL NOMBRE DEL ACADÉMICO
QUE INGRESÓ, DEL QUE LE CONTESTÓ
Y EL TÍTULO DEL DISCURSO DE INGRESO

- 1832 D. FRANCISCO GARI Y BOIX.
Discurso: *«El Cáncer»*.
- 1832 D. PABLO LOZANO DE ENA.
Discurso: *«Descripción sucinta de la fiebre llamada tifoidea, o sea, el tifus epidémico, en la cual se hace ver que se consiguen más ventajas para su curación con el plan antiflogístico que no con el estimulante o antipútrido generalmente»*.
- 1833 D. MANUEL DE LA MUELA SOLANAS.
Discurso: *«Si es importante en el hombre la observación de la marcha majestuosa de la naturaleza en sus obras admirables»*.
- 1834 D. JOAQUIN MELENDO ORTÍZ
Discurso: *«La Apoplejía»*.
- 1840 D. FLORENCIO BALLARÍN CAUSADA
Discurso: *«La acción misma, simultánea y recíproca del sistema nervioso»*.
- 1840 D. JOSÉ GEA
- 1840 D. BONIFACIO CARBÓ
- 1841 D. JOSÉ BOIRA ROMERO
- 1841 D. MANUEL GODED
- 1843 D. DIEGO LANUZA
Discurso: *«Es difícil clasificar ciertas enfermedades, cuando la causa que las produce es la existencia de lombrices en el canal intestinal»*.
- 1843 D. VICENTE LOMBARTE
Discurso: *«Contusiones y heridas craneales»*.
- 1843 D. VALERO CAUSADA
Discurso: *«El estudio de las ciencias naturales es de una necesidad indispensable al profesor de la ciencia de curar»*.

- 1844 D. FRANCISCO PRATOSI PIEDRAFITA
- 1844 D. JOSÉ ROMAGOSA
- 1844 D. ANTONIO VIETA
- 1844 D. ANDRÉS DE LA ORDEN
- 1844 D. FRANCISCO CRIADO AGUILAR
- 1845 D. MANUEL FORNÉS
Discurso: *«Para dirigir científicamente un enfermo debe el médico tener muy en cuenta todas y cada una de las circunstancias, del mismo modo que las de la enfermedad que le aqueja».*
- 1845 D. VICENTE SASERA SANCHO
Discurso: *«Al importante estudio de la Anatomía Patológica se deben los principales adelantos que la Medicina ha hecho en estos últimos tiempos».*
- 1845 D. EUGENIO ANTONIO PELLEJERO ALVAREZ
Discurso: *«Las enfermedades llamadas propiamente hereditarias, tan sólo pueden transmitirse por la vía de generación; su desarrollo no se efectúa igualmente en todas las edades ni épocas de la vida, porque pende de la energía orgánica, y fuerza predispositiva, en combinación de acción, con las causas ocasionales».*
- 1845 D. CELESTINO LOSCOS NADAL
Discurso: *«Las indicaciones que deben tenerse presentes para la administración de los diferentes baños, tanto generales como parciales, ya como método higiénico, ya como terapéutico».*
- 1849 D. FRANCISCO ESCUDERO
Discurso: *«Investigación de la naturaleza íntima del cáncer».*
- 1849 D. DÁMASO SANCHO
Discurso: *«Memoria sobre los medios de exploración del útero».*
- 1849 D. MATÍAS PÉREZ MORENO
Discurso: *«Patología médica sobre la fiebre tifoidea y tifo».*
- 1850 D. SANTIAGO LOZANO BELTRÁN
Discurso: *«Las ventajas que se reportan de la esterilización aplicada convenientemente y teniendo presentes las contraindicaciones en el tratamiento de ciertos dolores neurálgicos».*

- 1851 D. MARTÍN BALLARÍN
Discurso: *«Las profesiones liberales consideradas en sus relaciones con la higiene y el orden social».*
- 1859 D. JENARO CASAS SESÉ
- 1859 D. BENITO M^a ABIZANDA
Discurso: *«De la apreciación de la Anatomía Patológica en su relación con la Filosofía Clínica».*
- 1859 D. VICTORIANO CAUSADA
Discurso: *«El cáncer».*
- 1860 D. GABRIEL ENRIQUE GARCÍA ENGUITA
Discurso: *«Las enajenaciones mentales».*
- 1863 D. CIPRIANO BARCELÓ GARCÍA
Discurso: *«Hay muchas enfermedades que se transmiten de padres a hijos por vía de generación».*
- 1863 D. NICOLAS MONTELLS BOHIGAS
Discurso: *«Dificultades de una Ley fundamental de la terapéutica».*
- 1864 D. PASCUAL COMÍN VERA
Discurso: *«Reflexiones generales sobre la flogosis y conjunto funcional que la emite, la acompaña, la persigue y la sigue; diversos tratamientos que se formulan en estos casos, cuando el nombre de inflamación se limita a ciertos órganos y vísceras, y casos de aplicación de las emisiones sanguíneas y revulsivos».*
- 1864 D. JOSÉ REDONDO LOSTALÉ
Discurso: *«Abolición de los ungüentos en el tratamiento de las úlceras».*
- 1870 D. FRANCISCO ARPAL DAINA
Discurso: *«De la inodulación, sus caracteres, deformidades, afecciones y tratamiento».*
- 1870 D. VICENTE ALMENARA ALMENARA
Discurso: *«Importancia para los efectos legales distinguir o diferenciar con la precisión posible las apreciaciones mentales de sus simulaciones».*

- 1870 D. ANTONIO ESCARTÍN VALLEJO
Discurso: *«Apuntes históricos acerca de los locos, principalmente en España, reseña del Manicomio de esta ciudad y necesidad de construir con arreglo a los adelantos de la ciencia».*
- 1870 D. AGUSTÍN EDUARDO FORNÉS GALLART
Discurso: *«Se debe en medicina legal, ajustándose a los conocimientos científicos de la época, admitir la posibilidad de combustionarse espontáneamente un sujeto».*
- 1870 D. GREGORIO ANTONINO GARCÍA HERNÁNDEZ
Discurso: *«Estudio crítico sobre las relaciones entre la voluntad y la inteligencia consideradas bajo el aspecto médico-legal».*
- 1870 D. ILDEFONSO FERRER FERRER
Discurso: *«Diabetes sacarina, considerada bajo el criterio químico».*
- 1875 D. RAMÓN LAFUENTE PANO
- 1875 D. RICARDO ORODEA IBARRA
Discurso: *«Estudio de los diferentes glóbulos que circulan en la sangre, su formación en el feto; su reproducción en el adulto y papel que desempeñan en la economía».*
- 1875 D. GREGORIO ARBUNIES ESPINOSA
Discurso: *«La muerte senil».*
- 1876 D. JOAQUÍN GIMENO FERNÁNDEZ VIZARRA
Discurso: *«Además de ser un medio interior que pone en relación los elementos anatómicos con el mundo exterior que rodea al organismo, es la sangre el escenario de un gran número de movimientos vitales».*
- 1876 D. ANDRÉS MARTÍNEZ MARTÍN
- 1878 D. SALUSTIANO FERNÁNDEZ DE LA VEGA
- 1879 D. RAIMUNDO GARCÍA QUINTERO
Discurso: *«Las indicaciones».*
- 1879 D. JOSÉ AGUILAR EXPÓSITA
- 1880 D. PABLO SEN SERÓN
- 1880 D. MANUEL GASCÓN ROMAN

- 1880 D. JUAN ENRIQUE IRANZO SIMÓN
Discurso: *«Criterio que debe adoptarse para la definición de la noción enfermedad».*
- 1880 D. FRANCISCO BLAS URZOLA MARCÉN
Discurso: *«Blenorragia uretral en el hombre».*
- 1880 D. FELIX CERRADA MARTÍN
- 1880 D. PEDRO ARAMBURU ALTUNA
Discurso: *«Historia de la anatomía y su importancia en los conocimientos medicoquirúrgicos».*
- 1881 D. FELIX ARAMENDIA BOLEA
- 1882 D. MANUEL SIMEON PASTOR PELLICER
- 1884 D. NICOLAS MANUEL OLIVAR SERRANO
Discurso: *«Algo acerca de los estados morbosos de la vejez».*
- 1884 D. AGUSTÍN IBÁÑEZ YANGUAS
Discurso: *«Concepto de la fiebre puerperal y de todas las enfermedades del puerperio en general».*
- 1885 D. FRANCISCO JOAQUÍN DELGADO ALBA
- 1885 D. MARIANO BERDEJO CARRERA
- 1885 D. MARCELINO BALDOMERO BERBIELA JORDANA
- 1886 D. FERNÁNDO POLO GIRALDÓ
- 1886 D. HIPÓLITO FAIREN ANDRÉS
- 1886 D. MANUEL ALONSO LÓPEZ SAÑUDO
- 1890 D. JUAN LITE ARA
Contesta: D. FELIX CERRADA MARTINEZ
Discurso: *«Concepto e importancia de la higiene en la época actual».*
- 1890 D. PIO CERRADA MARTIN
Contesta: D. GREGORIO ARBUNIES
Discurso: *«Influencia de la luz en la vida de las plantas».*

- 1893 D. PEDRO MOYANO Y MOYANO
Contesta: D. PEDRO ARAMBURU Y ALTUNA
Discurso: *«El calor como origen de la energía muscular o fuerza contráctil de los músculos».*
- 1893 D. PATRICIO BOROBIO DÍAZ
Discurso: *«La mortalidad de los niños en Zaragoza (sus causas, sus remedios)».*
- 1894 D. JOSÉ ANTONIO DOSSET MONZON
Discurso: *«Importancia de la micrografía en la Farmacia».*
- 1895 D. CARLOS NAVARRO BALLARIN
Discurso: *«Alteraciones y adulteraciones de las sustancias alimenticias».*
- 1896 D. AGUSTÍN GARCÍA JULIAN
Discurso: *«La traqueotomía, sus indicaciones y sus resultados en el croup».*
- 1896 D. SERAPIO PEREZ LOPEZ
Discurso: *«Concepto de la antiseptia médica».*
- 1896 D. LUIS DEL RIO Y DE LARA
Discurso: *«Los primeros casos de Actinomicosis».*
- 1897 D. JUAN RAMÓN BOSQUED GARCÍA
Discurso: *«Importancia de las sustancias albuminoideas».*
- 1897 D. MARIANO NUÑOZ REDONDO
Discurso: *«Profilaxis de la tuberculosis en Zaragoza».*
- 1899 D. JUAN BASTERO LERGA
Discurso: *«Condiciones especiales del aparato urinario que contribuyen a su finalidad fisiológica en la economía».*
- 1901 D. VICTORINO SIERRA LOMBAS
Discurso: *«La seroterapia o el suero hemático, como medio preventivo o curativo de algunas enfermedades infecciosas y en especial de la difteria».*
- 1901 D. VICENTE LAFUERZA ERRO
Discurso: *«Variedades morfológicas de la célula nerviosa».*
- 1902 D. ANASTASIO CLAVER BELLO
Discurso: *«Electrolisis quirúrgica».*

- 1903 D. JULIAN GUALLAR TORRES
Discurso: *«Midriasis, miosis; midriáticos, mióticos».*
- 1903 D. RICARDO LOZANO MONZÓN
Discurso: *«Las úlceras del estómago desde el punto de vista quirúrgico».*
- 1906 D. LORENZO LÓPEZ SAÑUDO
Discurso: *«Estudios críticos de la medicina traumatológica. Los cementerios y enterramientos en Zaragoza».*
- 1907 D. AUGUSTO GARCÍA BURRIEL
Discurso: *«Locuras sin delirio».*
- 1911 D. CONSTANTINO RIOS SAINZ
Contesta: RAMON BOSQUED GARCIA
Discurso: *«Los metales coloidales».*
- 1914 D. PEDRO RAMÓN Y CAJAL
Discurso: *«Fiebre de Malta en Aragón».*
- 1915 D. ALEJANDRO PALOMAR DE LA TORRE
Discurso: *«Contribución al estudio de las neuritis ópticas toximedica-
mentosas 606 (Salvarsán)».*
- 1915 D. ANGEL ABOS FERRER
Discurso: *«Modernas doctrinas sobre farmacodinamia de las aguas
mineromedicinales naturales».*
- 1922 D. JOSE SAMPIETRO GALLIGO
Contesta: D. MARIANO BERDEJO CORREA
Discurso: *«Influencia de la educación física en la potencialidad de los
pueblos».*
- 1922 D. RICARDO ROYO VILLANOVA
Discurso: *«Las consecuencias postencefálicas que se observan con tanta
frecuencia después de la gripe».*
- 1924 D. EDUARDO PASTOR GUILLEN
Contesta: D. ANGEL ABÓS FERRER
Discurso: *«Cáncer gástrico y rayos X».*

- 1925 D. JOAQUÍN AZNAR MOLINA
Discurso: *«Las orientaciones de la Medicina y sus modernas adquisiciones científicas»*.
- 1925 D. FRANCISCO OLIVER RUBIO
Contesta: D. BALDOMERO BERBIELA
Discurso: *«El simpático y la endocrinología»*.
- 1928 D. FEDERICO VALLES GARCIA
Contesta: D. JUAN LITE ARA
Discurso: *«Estudio químico–bacteriológico de las aguas residuales en Zaragoza y su depuración»*.
- 1928 D. MARIANO PIN NOVELLAS
Contesta: D. PEDRO RAMON Y CAJAL
Discurso: *«Ensayo de agrupación serial de las sustancias orgánicas, en su aspecto farmacológico»*.
- 1929 D. JERÓNIMO FÉLIX GARCÍA LÓPEZ
Discurso: *«Estudios críticos de Farmacología»*.
- 1929 D. MANUEL IÑIGO NOUGUES
Contesta: D. PATRICIO BOROBIO DIAZ
Discurso: *«El shock traumático»*.
- 1929 D. RICARDO HORNO ALCORTA
Contesta: D. MANUEL IÑIGO NOUGUES
Discurso: *«El cáncer en el momento actual»*.
- 1930 D. VICENTE SERAFIN GOMEZ SALVO
Contesta: D. ALEJANDRO PALOMAR DE LA TORRE
Discurso: *«Historia sanitaria de Zaragoza»*.
- 1930 D. VICTOR MARIN CORRALE
Contesta: D. RICARDO HORNO ALCORTA
Discurso: *«Tratamiento del Cáncer y del lupus externos cutáneo mucosos mediante la aplicación de los rayos X o radioterapia»*.
- 1930 D. EDUARDO DE GREGORIO GARCIA SERRANO
Contesta: D. ANGEL ABOS FERRER
Discurso: *«Profilaxis médico–social de la sífilis»*.

- 1931 D. MARIANO ALVIRA LASIERRA
Contesta: D. RICARDO ROYO VILLANOVA
Discurso: *«Mis aportaciones al estudio clínico de la pulmonía».*
- 1931 D. JOAQUIN MIDON Y ANDIA
Contesta: D. EDUARDO PASTOR GUILLEN
Discurso: *«Utilidad para el farmacéutico del conocimiento y estudio de las vitaminas (especialmente de la vitamina D en su pobre aspecto sanitario y comercial)».*
- 1931 D. ANGEL MARIN CORRALE
Contesta: D. VICENTE GÓMEZ SALVO
Discurso: *«Estudio químico y terapéutico del ozono».*
- 1931 D. JOSE CONDE ANDREU
Contesta: D. ANGEL MARIN CORRALE
Discurso: *«El principio de la unidad individual».*
- 1931 D. ANTONIO GOTA GALLIGO
Contesta: D. EDUARDO DE GREGORIO GARCIA-SERRANO
Discurso: *«Análisis químico de las aguas de abastecimiento de Zaragoza».*
- 1932 D. RAFAEL FERNÁNDEZ GARCIA
Contesta: D. RICARDO LOZANO MONZON
Discurso: *«Notas al cateterismo ureteral endoscópico».*
- 1932 D. FRANCISCO CEPEDA GARCIA
Contesta: D. FRANCISCO OLIVER RUBIO
Discurso: *«Valor diagnóstico de los rayos X en patología digestiva».*
- 1932 D. ANICETO BERCIAL GONZALEZ
Contesta: D. ANGEL ABOS FERRER
Discurso: *«Clorificación de las aguas residuales».*
- 1932 D. PEDRO GALAN BERGUA
Contesta: D. VICTOR MARIN CORRALE
Discurso: *«Algunas consideraciones sobre tuberculosis infantil».*
- 1934 D. A. LORENTE SANZ
Contesta: D. J. AZNAR MOLINA
Discurso: *«Problemas químicos de la medicina infantil».*

- 1935 D. JOSE ANTONIO GIMÉNEZ GACTO
Contesta: D. PEDRO GALAN BERGUA
Discurso: *«Bosquejo histórico de la veterinaria».*
- 1935 D. MODESTO MARQUINEZ ISASI
Contesta: D. J. MIDON Y ANDIA
Discurso: *«Segunda fase del conocimiento de las vitaminas».*
- 1937 D. ANTONIO VAL-CARRERES GOTOR
Contesta: D. RAFAEL FERNANDEZ GARCIA
Discurso: *«Estado actual de la cirugía de la úlcera duodenal».*
- 1938 D. PEDRO RAMON VINOS
Contesta: D. ANGEL MARIN CORRALE
Discurso: *«Datos histopatológicos sobre el crecimiento del carcinoma».*
- 1939 D. ANTERO NOAILLES PÉREZ
Contesta: D. PEDRO GALAN BERGUA
Discurso: *«Características de las infecciones en los niños de pecho».*
- 1939 D. JUAN SÁNCHEZ COZAR
Discurso: *«Bases sobre que descansa la cirugía del simpático y algunas indicaciones de la misma».*
- 1940 D. EMILIANO ECHEVERRIA MARTINEZ
Contesta: D. FRANCISCO OLIVER RUBIO
Discurso: *«Fisiopatología de las vías biliares».*
- 1940 D. CIPRIANO AGUILAR ESTEBAN
Contesta: D. FELIX GARCIA LOPEZ
Discurso: *«Aprovechamiento nacional de plantas medicinales».*
- 1943 D. TOMAS LERGA LUNA
Contesta: D. ANGEL MARIN CORRALE
Discurso: *«Algunas consideraciones sobre la interpretación de las imágenes radiológicas».*
- 1944 D. JULIO ARIÑO CENZANO
Contesta: D. ANTONIO VAL-CARRERES
Discurso: *«Los traumatismos de la nariz».*
- 1944 D. RICARDO LOZANO BLESA
Contesta: D. EDUARDO PASTOR GUILLEN
Discurso: *«Achalasia de esófago».*

- 1945 D. JUAN JOSE RIVAS BOSCH
Contesta: D. RICARDO HORNO ALCORTA
Discurso: *«Estudio sobre la fiebre tifoidea».*
- 1946 D. MARIANO MATEO TINAO
Contesta: D. TOMÁS LERGA LUNA
Discurso: *«Evolución de la terapéutica».*
- 1946 D. JOSE M^a ANDRES ASENSIO
Contesta: D. EMILIANO ECHEVERRIA MARTINEZ
Discurso: *«Estado actual de la cirugía de la tuberculosis pulmonar».*
- 1947 D. VALENTIN PEREZ ARGILES
Contesta: D. ANTONIO LORENTE SANZ
Discurso: *«Los modernos tratamientos en la encrucijada psiquiátrica actual».*
- 1950 D. RICARDO HORNO LIRIA
Contesta: D. PEDRO GALAN BERGUA
Discurso: *«Agenesia (La crisis social de la natalidad en nuestra época)».*
- 1950 D. ENRIQUE DE LA FIGUERA
Contesta: D. FRANCISCO OLIVER RUBIO
Discurso: *«El problema de la linfogranulomatosis maligna».*
- 1950 D. JOSE ANOS AZNAR
Contesta: D. MODESTO MARQUINEZ E ISASI
Discurso: *«Bosquejo de evolución bromatológica».*
- 1953 D. RAMON REY ARDID
Contesta: D. VALENTIN PEREZ ARGILES
Discurso: *«La higiene mental en la lucha contra las toxicomanías».*
- 1953 D. ANTONIO VAL-CARRERES ORTIZ
Contesta: D. EMILIANO ECHEVERRIA
Discurso: *«Clínica y terapéutica de las gastrorragias por ulcus».*
- 1956 D. EDUARDO RESPALDIZA UGARTE
Contesta: D. FRANCISCO OLIVER RUBIO
Discurso: *«Apunte de la doctrina veterinaria higio-sanitaria de inspección y análisis de alimentos».*

- 1957 D. ANTONIO ZUBIRI VIDAL
Contesta: D. EDUARDO DE GREGORIO Y GARCIA SERRANO
Discurso: *«Crítica y alabanza de la dermatología».*
- 1958 D. JOAQUIN AZNAR GARCIA
Contesta: D. RAMON REY ARDID
Discurso: *«La enfermedad.ese concepto abstracto».*
- 1959 D. JOSE OCA PASTOR
Contesta: D. JOAQUIN MIDON ANDIA
Discurso: *«Fármacos con núcleo derivado del ciclo pentano perhidro-fenantreno».*
- 1960 D. FERNANDO CIVEIRA OTERMIN
Contesta: D. FRANCISCO OLIVER RUBIO
Discurso: *«El hombre y su alimentación».*
- 1961 D. RAMON CELMA BERNAL
Contesta: D. ANTONIO VAL-CARRERES ORTIZ
Discurso: *«Curaciones milagrosas».*
- 1961 D. ALEJANDRO PALOMAR PALOMAR
Contesta: D. RAFAEL FERNANDEZ GARCIA
Discurso: *«Modernas orientaciones en el tratamiento de la miopía».*
- 1962 D. JOSE M^a BERMEJO CORREA
Contesta: D. JULIO ARIÑO CENZANO
Discurso: *«Los laringólogos españoles y la cirugía del cáncer de la laringe».*
- 1962 D. MANUEL RONCALES CATIVIELA
Contesta: D. MARIANO MATEO TINAO
Discurso: *«Esterilidad e infertilidad humanas».*
- 1965 D. JOSE ESCOLAR GARCIA
Contesta: D. RAMON REY ARDID
Discurso: *«Algunas actitudes de la juventud en relación con su problema formativo».*
- 1966 D. FERNANDO ZUBIRI VIDAL
Contesta: D. RICARDO HORNO LIRIA
Discurso: *«El secreto médico a través de los tiempos».*

- 1966 D. FRANCISCO ROMERO AGUIRRE
Contesta: D. ENRIQUE DE LA FIGUERA Y DE BENITO
Discurso: *«El riñón y la hipertensión arterial».*
- 1968 D. FRANCISCO J. MARIN GORRIZ
Contesta: D. RICARDO HORNO LIRIA
Discurso: *«Consecuencias biológicas de los fenómenos fundamentales producidos por las radiaciones ionizantes en la materia viva: su investigación y su interpretación energética y molecular».*
- 1968 D. EDUARDO TEIXEIRA GRACIANETA
Contesta: D. FERNANDO ZUBIRI VIDAL
Discurso: *«Principales acontecimientos durante la evolución obstetricia contemporánea».*
- 1969 D. RICARDO MALUMBRES LOGROÑO
Contesta: D. ANTONIO VAL-CARRERES ORTIZ
Discurso: *«Los factores psíquicos y emocionales del enfermar».*
- 1971 D. FERNANDO ORENSANZ GUTIERREZ
Contesta: D. JOSE ESCOLAR GARCÍA
Discurso: *«Aportación al estudio de la patogenia y etiología de la enfermedad del parodonto».*
- 1973 D. RAFAEL GOMEZ LUS
Contesta: D. ENRIQUE DE LA FIGUERA Y DE BENITO
Discurso: *«La respuesta inmunitaria anti-infecciosa».*
- 1973 D. FRANCISCO J. MARTINEZ TELLO
Contesta: D. FRANCISCO ROMERO AGUIRRE
Discurso: *«La patología en relación con la IgA secretora».*
- 1974 D. JAVIER SAMITIER AZPARREN
Contesta: D. JOAQUIN AZNAR GARCIA
Discurso: *«La fotorradiografía clínica de la juventud en la edad militar».*
- 1974 D. MANUEL GONZALEZ GONZALEZ
Contesta: D. FERNANDO CIVEIRA OTERMIN
Discurso: *«Aspectos quirúrgicos de las tiroidopatias».*

- 1976 D. IGNACIO JOSE FERREIRA MONTERO
Contesta: D. FERNANDO CIVEIRA OTERMIN
Discurso: *«La insuficiencia coronaria: su historia y análisis de las posibles causas y factores históricos y culturales determinantes».*
- 1976 D. JOSE M^a MARTINEZ-PEÑUELA GARCIA
Contesta: D. RAFAEL GOMEZ LUS
Discurso: *«Ultraestructura de la leucemia aguda mieloide».*
- 1976 D. ANGEL SÁNCHEZ FRANCO
Contesta: D. MANUEL GONZALEZ GONZALEZ
Discurso: *«Estado actual de echinococosis hidatídica en el hombre y en los animales».*
- 1977 D. MANUEL CATALAN CALVO
Contesta: D. JOSE OCA PASTOR
Discurso: *«La energía nuclear en la conservación de alimentos».*
- 1978 D. MANUEL FAIREN GUILLEN
Contesta: D. JOAQUIN AZNAR GARCIA
Discurso: *«Papel del sistema neurovegetativo en la infección focal».*
- 1979 D. CARLOS CUCHI DE LA CUESTA
Contesta: D. JOAQUIN AZNAR GARCIA
Discurso: *«Interacciones medicamentosas».*
- 1983 D. ANDRES PIE JORDA
Contesta: D. FRANCISCO ROMERO AGUIRRE
Discurso: *«La evaluación bioquímica en el diagnóstico de los estados de desnutrición».*
- 1983 D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Contesta: D. IGNACIO J. FERREIRA MONTERO
Discurso: *«Cerebro, personalidad y cultura».*
- 1983 D. JUSTINIANO CASAS PELAEZ
Contesta: D. FRANCISCO MARIN GORRIZ
Discurso: *«Evolución de la microscopia».*
- 1984 D. EMILIO BALLESTEROS MORENO
Contesta: D. ANGEL SANCHEZ FRANCO
Discurso: *«Farmacología del fibroblasto y de la fibrosis».*

- 1985 D. ANTONIO PIÑEIRO BUSTAMANTE
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: *«La luz, el ver y el mirar».*
- 1985 D. LUIS OLIVARES BAQUE
Contesta: D. JOAQUIN AZNAR GARCIA
Discurso: *«El concepto de bioquímica en su evolución».*
- 1986 D. NARCISO LUIS MURILLO FERROL
Contesta: D. MANUEL GONZALEZ GONZALEZ
Discurso: *«Nuevas modalidades de la procreación humana».*
- 1986 D. RENE SARRAT TORREGUITART
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: *«Diferenciación sexual del sistema nervioso».*
- 1987 D. JOSE MANUEL GOMEZ BELTRAN
Contesta: D. JUSTINIANO CASAS PELAEZ
Discurso: *«La ciencia y el arte médico por los caminos de la mecánica».*
- 1987 D. CARLOS VAL-CARRERES GUINDA
Contesta: D. RICARDO MALUMBRES LOGROÑO
Discurso: *«El estado actual de la cirugía de la úlcera duodenal».*
- 1987 D. VICENTE FERREIRA MONTERO
Contesta: D. MANUEL GONZALEZ GONZALEZ
Discurso: *«La urgencia en el hospital: estudio crítico».*
- 1988 Dña. MARIA CASTELLANO ARROYO
Contesta: D. VALENTIN PEREZ ARGILES
Discurso: *«Devenir histórico y proyección futura de la Toxicología médica».*
- 1988 D. ENRIQUE MELÉNDEZ ANDREU
Contesta: D. FRANCISCO MARIN GORRIZ
Discurso: *«Diseño y síntesis de fármacos».*
- 1988 D. SANTIAGO RODRÍGUEZ GARCÍA
Contesta: D. RENE SARRAT TORRIGUIRART
Discurso: *«Evolución cerebral y comportamiento humano».*
- 1988 D. FERNANDO SERAL IÑIGO
Contesta: D. MANUEL GONZALEZ GONZALEZ
Discurso: *«Artoplastia total de cadera: un desafío a la biología».*

- 1990 D. ANTONIO SEVA DIAZ
Contesta: D. FRANCISCO MARIN GORRIZ
Discurso: *«La salud mental de los aragoneses y su asistencia».*
- 1990 D. MANUEL BUENO SANCHEZ
Contesta: D. NARCISO L. MURILLO FERROL
Discurso: *«Transformaciones de la pediatría en los últimos 25 años».*
- 1991 D. FRANCISCO SUAREZ PALACIOS
Contesta: D. FERNANDO CIVEIRA OTERMIN
Discurso: *«Pasado y presente de la tuberculosis pulmonar».*
- 1992 Dña. CARIDAD SANCHEZ ACEDO
Contesta: D. MANUEL GONZALEZ GONZALEZ
Discurso: *«Zoonosis parasitarias».*
- 1993 D. FERNANDO SOLSONA MOTREL
Contesta: D. FRANCISCO MARIN GÓRRIZ
Discurso: *«Riesgo y prevención del cáncer de mama».*
- 1993 D. FERNANDO TORMO GARCIA
Contesta: D. CARLOS VAL-CARRERES GUINDA
Discurso: *«Historia y presente de la anestesiología».*
- 1994 D. ALEJANDRO PALOMAR GOMEZ
Contesta: D. JUSTINIANO CASAS PELAEZ
Discurso: *«La visión de los colores y su importancia en la conducta humana».*
- 1996 D. HERACLIO MARTINEZ HERNANDEZ
Contesta: Dña. MARIA CASTELLANO ARROYO
Discurso: *«Y los sueños, sueños son: miseria y llanto de la investigación biológica».*
- 1996 D. JOSE MANUEL MARTINEZ LAGE
Contesta: D. MANUEL BUENO SÁNCHEZ
Discurso: *«Enfermedad de Alzheimer: proteínas y genes».*
- 1996 D. FRANCISCO JOSE GAUDÓ GAUDÓ
Contesta: D. JUSTINIANO CASAS PELAEZ
Discurso: *«La ingeniería sanitaria ante los residuos peligrosos y los suelos contaminados».*

- 1996 D. EDUARDO COSCOLÍN FUERTES
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: *«Grandeza y miserias de al odonto–estomatología».*
- 1996 D. JOSE BASCUAS ASTA
Contesta: D. NARCISO L. MURILLO FERROL
Discurso: *«Evolución de la ciencia histológica».*
- 1997 D. MAXIMO BARTOLOMÉ RODRÍGUEZ
Contesta: D. ANDRES PIE JORDA
Discurso: *«Relación entre el dolor y el placer».*
- 1997 D. RICARDO LOZANO MANTECÓN
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: *«Cirugía experimental, formación médica y medicina social».*
- 1998 D. FELIX MARTÍNEZ CORDÓN
Contesta: D. FERNANDO ORENSANZ GUTIERREZ
Discurso: *«¿Qué es un virus? ¿Qué es la vida?».*
- 2000 D. LUIS MIGUEL TOBAJAS ASENSIO
Contesta: D. FRANCISCO JOSÉ GAUDÓ GAUDÓ
Discurso: *«El legado de Roentgen y Becquerel en la medicina del siglo XX: beneficios y riesgos».*
- 2000 D. GREGORIO GARCÍA JULIÁN
Contesta: D. FERNANDO SOLSONA MOTREL
Discurso: *«La anatomía patológica ante el siglo XXI».*
- 2000 D. JUAN RIVERO LAMAS
Contesta: D. NARCISO L. MURILLO FERROL
Discurso: *«Protección de la salud y estado social de derecho».*
- 2002 D. HECTOR VALLÉS VARELA
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: *«La olfacción, ese sentir».*
- 2004 D. FRANCISCO JOSÉ CARAPETO Y MÁRQUEZ DE PRADO
Contesta: D. HERACLIO MARTÍNEZ HERNÁNDEZ
Discurso: *«La dermatología en el contexto de la medicina».*
- 2004 D. JOSÉ ÁNGEL CRISTOBAL BESCÓS
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: *«La oftalmología de la Edad Media, el legado de los árabes».*

- 2007 D. JOSÉ MARÍA CIVEIRA MURILLO
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: «*Tecnología, ¿amiga o enemiga del cerebro?. Biografía de la enfermedad mental y su tratamiento.*».
- 2007 D. ALFREDO MILAZZO ESTEFANIA
Contesta: D. CARLOS CUCHÍ DE LA CUESTA
Discurso: «*Reflexiones sobre la medicina interna y su futuro desde una perspectiva histórica.*».
- 2007 D. MIGUEL ANDERIZ LÓPEZ
Contesta: D. IGNACIO FERREIRA MONTERO
Discurso: «*La estadística y los profesionales de ciencias de la salud.*».
- 2007 D. IGNACIO ANDRÉS ARRIBAS.
Contesta: D. MÁXIMO BARTOLOMÉ RODRIGUEZ
Discurso: «*Seis siglos de farmacia hospitalaria en Zaragoza.*».
- 2007 DÑA. CARMEN RUBIO CALVO.
Contesta: DÑA. CARIDAD SÁNCHEZ ACEDO
Discurso: «*Bacterias, de lo desconocido a la celebridad actual.*».
- 2011 D. JOSÉ IGNACIO CASTAÑO LASAOSA
Contesta: D. CARLOS VAL-CARRERES GUINDA
Discurso: «*Hechos, mitos y paradojas de la gestión sanitaria en el Sistema Sanitario Público.*».
- 2012 D. FELICIANO J. RAMOS FUENTES
Contesta: D. MANUEL BUENO SÁNCHEZ
Discurso: «*El Síndrome X Frágil: La historia interminable*»
- 2012 D. MARIANO MATEO ARRIZABALAGA
Contesta: D. FERNANDO SOLSONA MOTREL
Discurso: «*Fármacos y religión: los fármacos en la historia de las religiones*»
- 2013 D. EDUARDO MONTULL LAVILLA
Contesta: D. FERNANDO SOLSONA MOTREL
Discurso: «*El consentimiento informado: Derechos y Deberes de pacientes y profesionales sanitarios. Análisis crítico de la ley Básica 41/2002*»
- 2013 D. ARTURO VERA GIL
Contesta: D. VICENTE CALATAYUD MALDONADO
Discurso: «*El Don: la esencia del cerebro humano*»

SESIÓN INAUGURAL DEL CURSO 2017

- 2014 D. MANUEL SARASA BARRIO
Contesta: D. ARTURO VERA GIL
Discurso: *“Anatomía de la enfermedad de Alzheimer”*
- 2014 D. JAVIER MARTÍNEZ UBIETO
Contesta: HERACLIO MARTÍNEZ HERNÁNDEZ
Discurso: *“Ciencia y arte de la anestesia. Los nuevos retos del anesthesiólogo del siglo XXI”*
- 2014 D. JUAN PIÉ JUSTE
Contesta: D. FELICIANO J. RAMOS FUENTES
Discurso: *“Síndrome Cornelia de Lange: investigación en tránsito”*
- 2016 D. FRANCISCO JAVIER CASTILLO GARCÍA
Contesta: D. MARIANO MATEO ARRIZABALAGA
Discurso: *“La resistencia bacteriana, paradigma de supervivencia”*

